

MODELISATION STOCHASTIQUE DE L'IAT: I. THEORIE

Vincent Berthet

(Manuscrit non publié)

Sommaire

Introduction	1
1. Problématique.....	2
2. Démarche de la recherche : aspects généraux et particuliers	5
2.1 Modélisation cognitive mathématique	6
2.1.1 Modélisation.....	6
2.1.2 Modélisation cognitive.....	7
2.1.3 Modélisation mathématique.....	8
2.2 Inspiration du modèle proposé : le modèle EBRW	10
3. L'Implicit Association Test (test des associations implicites)	12
3.1 La tâche	12
3.2 Interprétation de l'effet IAT	15
4. Modèle de la double marche aléatoire (MDMA)	17
4.1 Formalisme mathématique du modèle	17
4.2 Base conceptuelle du modèle	23
4.2.1 Structure générale du processus cognitif sous-jacent à l'IAT	23
4.2.2 Double marche aléatoire	26
4.2.3 Définition et signification psychologique des entités mathématiques	27
4.2.4 Explication conceptuelle de l'effet IAT sur la base du MDMA	36
4.3 Formalisation du MDMA.....	39
4.3.1 Temps d'arrêt	39
4.3.2 Probabilités d'atteinte	49
4.4 Interprétation de l'effet IAT et validité de la tâche dans le cadre du MDMA	57
Références bibliographiques	61
Index thématique des définitions notionnelles	65
Tableau des symboles et des abréviations.....	67

Introduction

L'histoire des sciences montre que l'apparition d'un nouvel objet d'étude – empirique (observation, résultat d'expérience, instrument de mesure) ou théorique (problème, conjecture, technique de calcul) – dans une discipline scientifique s'accompagne souvent d'une vague de travaux dont certains correspondent à des avancées significatives de la discipline (*e.g.*, le problème des sept ponts d'Euler est à l'origine de la théorie des graphes en mathématiques, le phénomène de rayonnement du corps noir est l'un des fondements empiriques de la mécanique quantique, la renormalisation est un outil mathématique ayant joué un rôle fondamental dans le développement de théories en physique des particules). L'apparition récente des tâches de mesure indirecte en psychologie semble obéir à cette règle, même si l'on pourra raisonnablement douter du fait que certains des nombreux travaux qu'elles ont déjà suscités correspondent à des avancées réellement décisives. Marquée en 1998 par la mise au point de l'Implicit Association Test (IAT ; Greenwald, McGhee, & Schwartz 1998), l'étude des mesures indirectes génère un nombre remarquable de travaux depuis leur naissance dans les années 1980. Reposant sur des paradigmes de la psychologie cognitive et créées à des fins de mesure de construits psychologiques caractéristiques de la cognition sociale (Greenwald, Banaji, Rudman, Farnham, Nosek & Mellott, 2002), les tâches de mesure indirecte constituent un objet d'étude situé au croisement des champs respectifs de la psychologie sociale, de la psychométrie et de la psychologie cognitive. La littérature existante qui les concerne suggère que leur approche sous l'angle de la cognition sociale et leur approche psychométrique ont essentiellement généré des études de nature empirique alors que leur approche cognitive a majoritairement été à l'origine d'études de nature théorique (Fazio & Olson, 2003). A l'heure actuelle, l'état des études concernant les tâches de mesure indirecte met en valeur deux interrogations fondamentales à leur égard, l'une ayant trait à leur validité, l'autre aux processus cognitifs que ces tâches mettent en jeu (Blaison, Chassard, Kop & Gana, 2006). Or force est de constater que les nombreuses études empiriques dont celles-ci ont fait l'objet n'ont pu apporter quelque élément de réponse que ce soit à ces deux interrogations fondamentales qui se soit avéré être décisif.

L'IAT, tâche de mesure indirecte prototypique, n'échappe pas à ce constat général. Ce travail de master recherche est un travail théorique qui consiste dans l'application d'une approche théorique de l'IAT prenant la forme d'une modélisation mathématique du processus cognitif sous-jacent à la tâche. La mise en œuvre d'une démarche de modélisation se justifie

par le fait qu'un tel travail permet d'apporter des éléments de réponse importants aux deux interrogations fondamentales relatives à la tâche en question. L'utilisation d'une modélisation de type mathématique se justifie par le fait que lorsqu'elle est réalisable, la modélisation mathématique est la plus puissante de tous les types de modélisation (Temam, 2005). Le plan du présent travail est le suivant : dans un premier temps, on pose la problématique de la recherche en décrivant le cheminement qui a mené jusqu'à elle et on justifie sa pertinence scientifique ; dans un deuxième temps, on explicite les aspects généraux et particuliers de la démarche sous-jacente à cette recherche qui concernent essentiellement la démarche de modélisation ; dans un troisième temps, on décrit la structure et le fonctionnement de la tâche dont on étudie le processus cognitif sous-jacent (IAT) ; dans un quatrième temps, on présente le modèle théorique que nous avons mis au point et, enfin, dans un cinquième temps, on décrit les différentes étapes de recherche postérieures à cette recherche et qui constituent notre projet de thèse.

On indique ici que le présent texte, comportant un nombre substantiel de développements mathématiques, admet deux niveaux de lecture auxquels correspondent deux niveaux de compréhension. Le lecteur intéressé par la substance conceptuelle de l'exposé pourra omettre la lecture des développements techniques ; le lecteur soucieux d'en atteindre une compréhension complète ne pourra faire l'économie de la lecture des passages techniques. Le début d'un développement mathématique est indiqué par le symbole \rightarrow et sa fin est indiquée par le symbole \leftarrow . En outre, on trouvera en fin de texte un index thématique des définitions des principales notions utilisées (p. 76) ainsi qu'un tableau répertoriant et rappelant la signification des différents symboles et abréviations utilisés (p. 78).

1. Problématique

L'existence de différentes façons d'approcher empiriquement ou théoriquement un même objet – concret ou abstrait – est un fait scientifique fréquent et bien connu. Dans certains cas, les différentes approches existantes d'un même objet sont indépendantes même s'il est possible de démontrer leur équivalence formelle (dans le cas d'approches théoriques). Par exemple, l'approche différentielle basée sur l'équation de Schrödinger, l'approche matricielle basée sur la mécanique des matrices de Heisenberg et l'approche spatio-temporelle basée sur l'intégrale de chemin de Feynman constituent trois approches théoriques différentes de la mécanique quantique qui, bien que mathématiquement équivalentes, demeurent

qualitativement différentes au sens où leurs bases conceptuelles respectives diffèrent et suggèrent des interprétations différentes. Dans d'autres cas, les différentes approches possibles d'un même objet peuvent – doivent – être mises en relation car lorsqu'elles sont couplées, ces approches permettent une meilleure compréhension de l'objet d'étude que celle que permet chacune des approches prises isolément. On trouve un exemple d'un tel couplage d'approches théoriques en mathématiques, avec le cas de la géométrie algébrique. En effet, lorsque l'objet d'étude auquel on s'intéresse est une équation algébrique de degré élevé, l'approche algébrique permet de mettre en évidence le fait que cette équation admet ou non un certain nombre de solutions (sans pouvoir les identifier). Dans le cas où l'équation admet plusieurs solutions, l'approche géométrique permet d'étudier les relations que ces solutions entretiennent entre elles. Ainsi, l'expression même de « géométrie algébrique » ne désigne rien d'autre que le couplage d'une approche algébrique et d'une approche géométrique dans l'étude des solutions des équations algébriques de degré élevé. En psychologie, nous suggérons que les tâches de mesure indirecte constituent un objet d'étude admettant un couplage d'approches (ce couplage est mis en œuvre dans la partie 4.4). Mais avant de décrire ce couplage et d'en argumenter la pertinence, il convient d'explicitier les propriétés des tâches en question (voir Fazio & Olson, 2003 ; Blaison *et al.*, 2006, pour une synthèse) et de montrer en quoi celles-ci autorisent plusieurs approches.

Les mesures dont le type est le plus répandu en psychologie sont les mesures auto-rapportées encore appelées mesures directes. Le principe de ce type de mesure consiste à demander au sujet de porter un jugement sur lui-même relativement au construit psychologique que l'on souhaite mesurer. Le questionnaire est l'instrument prototypique des mesures de type direct. Ce type de mesure admet cependant deux limites bien connues qui en restreignent sa portée : l'une est appelée biais d'auto-présentation (*e.g.*, désirabilité sociale) et renvoie au fait qu'avec une mesure directe le sujet est en principe toujours en posture de sélectionner l'information qu'il transmet, l'autre fait référence aux limites introspectives du sujet et met en valeur le fait que celui-ci n'a pas accès consciemment (*i.e.*, par introspection) à toute l'information sur lui-même. Les mesures indirectes sont nées de la volonté de dépasser ces deux limites caractéristiques des mesures directes (Kop & Chassard, 2004). On peut définir globalement une mesure de type indirect en explicitant les deux caractéristiques et les trois postulats théoriques propres à ce type de mesure. La première caractéristique d'une mesure indirecte consiste dans le fait qu'elle porte sur un construit psychologique de haut niveau. En effet, les concepts psychologiques typiquement visés par les mesures indirectes

sont des concepts caractéristiques de la cognition sociale : attitudes, stéréotypes, concept de soi et estime de soi (Greenwald *et al.*, 2002 ; Greenwald & Banaji, 1995). La deuxième caractéristique d'une mesure indirecte renvoie au fait que le support matériel d'une telle mesure est une tâche expérimentale reposant sur un paradigme ou une procédure issus de la psychologie cognitive¹. En outre, les trois postulats théoriques sous-jacents à une tâche de mesure indirecte sont les suivants : dans une telle tâche, premièrement le sujet ignore l'objet de la mesure, deuxièmement, ce dernier ne peut contrôler ses réponses, et troisièmement il n'a pas d'effort cognitif important à fournir pour produire une réponse.

Les deux caractéristiques des tâches de mesure indirecte que l'on vient d'énoncer correspondent aux deux approches possibles de ces tâches, appréhendées comme objet d'étude. D'un côté, le fait que celles-ci soient destinées avant tout à produire de la mesure autorise une *approche psychométrique*. D'un autre côté, le fait qu'elles soient des dérivées ou des variantes directes de tâches cognitives autorise une *approche cognitive*. On constate que la très grande majorité des études relatives aux tâches de mesure indirecte s'inscrit dans le cadre de l'approche psychométrique de ces tâches, ces études étant essentiellement de nature empirique (Fazio & Olson, 2003). Cet état de fait mis en évidence, le corollaire est vrai : on relève à l'heure actuelle un très faible nombre d'études théoriques approfondies concernant les tâches de mesure indirecte, la plupart des études de nature théorique, lorsqu'elles existent, restant à un niveau purement conceptuel (De Houwer, 2001 ; De Houwer, 2003a ; Rothermund & Wentura, 2004 ; Brendl, Markman & Messner, 2001 ; Mierke & Klauer, 2001 ; De Houwer, Geldof, & De Bruycker, 2004 ; Greenwald *et al.*, 2002). Notre travail de master recherche tente de remédier à cette asymétrie caractérisant la littérature des mesures indirectes.

Il existe actuellement cinq tâches de mesure indirecte : l'Implicit Association Test (IAT ; Greenwald *et al.*, 1998), la tâche de décision évaluative avec amorçage affectif (Fazio, Sanbonmatsu, Powell & Kardes, 1986), la tâche de Simon affectif extrinsèque (De Houwer, 2003b), la tâche des associations Go/No-go (Nosek & Banaji, 2001), et la tâche des associations à catégorie unique (Karpinski, 2004). On peut raisonnablement dire que l'IAT et l'amorçage affectif sont les deux tâches de mesure indirecte suscitant le plus d'intérêt (Fazio & Olson, 2003). Notre travail de recherche est focalisé sur l'IAT puisqu'il s'agit de la tâche

¹ Dans une perspective mêlant une approche cognitive et une approche psychométrique, on parlera donc préférentiellement de « tâche de mesure indirecte » plutôt que de « mesure indirecte ».

ayant suscité le plus grand nombre de travaux ainsi que le plus grand nombre de problèmes et d'interrogations, la plupart restant sans réponse. Parmi cet ensemble d'interrogations liées à l'IAT, les deux les plus fondamentales concernent la validité de la tâche d'une part et le processus cognitif qui lui est sous-jacent d'autre part (Blaison *et al.*, 2006). A notre sens, il n'existe qu'un seul moyen permettant de répondre *simultanément* à ces deux interrogations fondamentales concernant l'IAT. Ce moyen consiste à mettre au point un modèle théorique quantitatif du processus cognitif sous-jacent à la tâche. Cette idée heuristique trouve deux justifications : d'une part, il est clair qu'en se livrant à un tel travail de modélisation, on répond directement à l'interrogation concernant le processus cognitif mis en jeu dans l'IAT, et d'autre part, disposant d'un modèle théorique précis de ce processus, il devient alors possible d'étudier, de façon fine, la validité intra-concept de la tâche en identifiant et en examinant l'influence, sur la base du modèle défini, des sources de variation latentes sur la variable manifeste qui lui est associée (Dickes, Tournois, Flieller & Kop, 1994). Une telle étude de validité intra-concept est d'autant meilleure que le modèle théorique processuel sur lequel elle s'appuie est quantitatif. Cette perspective fait clairement apparaître un couplage entre l'approche cognitive (modéliser le processus cognitif sous-jacent) et l'approche psychométrique (étudier la validité) de l'IAT, approches traditionnellement séparées.

Parce qu'elle consiste à aborder l'objet d'étude à un niveau fondamental et parce qu'elle permet de répondre aux interrogations majeures concernant l'IAT, la modélisation du processus cognitif sous-jacent à cette tâche de mesure indirecte constitue la problématique de la présente étude. Notre travail de master recherche est donc un travail théorique fondamental ne correspondant pas à une synthèse de la littérature relative à l'IAT, mais plutôt à l'élaboration d'un modèle théorique quantitatif original constituant une base de travail sérieuse pour notre projet de thèse défini dans la partie 5.

2. Démarche de la recherche : aspects généraux et particuliers

Après avoir présenté dans la première partie la problématique de notre recherche, on explicite dans cette deuxième partie la démarche scientifique mise en œuvre pour y répondre. Cette démarche se caractérise à la fois par des aspects généraux concernant la démarche de modélisation en général (2.1) et par des aspects particuliers concernant les origines du modèle proposé (2.2).

2.1 Modélisation cognitive mathématique

D'un point de vue fondamental, la présente recherche consiste dans la mise en œuvre d'une démarche de modélisation cognitive mathématique. En effet, la nature du processus étudié procure à la modélisation son caractère cognitif et en outre, le type de support formel utilisé procure à la modélisation son caractère mathématique. Afin de mieux préciser ces aspects généraux de notre démarche, on décrit successivement les caractéristiques générales de la modélisation (2.1.1), de la modélisation cognitive (2.1.2) et de la modélisation mathématique (2.1.3).

2.1.1 Modélisation

Dans un sens épistémologique général, un modèle est une représentation théorique heuristique utilisée en science pour formuler ou développer une théorie et interpréter des termes scientifiques (Nadeau, 1999). Dans un sens plus précis, un modèle est, selon le mathématicien von Neumann, « une construction mathématique qui, ajoutée à certaines interprétations verbales, décrit les phénomènes observés. La justification d'une telle construction mathématique se trouve uniquement et précisément en ce qu'on s'attend à ce qu'elle fonctionne. » (von Neumann, cité par Singh, 2005, p. 201). Comme le suggère cette définition, on peut globalement définir un modèle comme une représentation théorique d'un phénomène dotée d'une base conceptuelle (l'ensemble des « interprétations verbales ») et d'un formalisme (la « construction mathématique »). Selon les caractéristiques du phénomène que l'on cherche à modéliser et le niveau de description adopté, la démarche de modélisation requiert de choisir parmi les différents types de modélisation celui qui s'avère être le plus adéquat. Un choix d'optimalité doit également s'effectuer parmi les différents outils propres à un type de modélisation.

Les différents types de modélisation sont généralement différenciés au niveau du formalisme qui les caractérise. Par exemple, une modélisation probabiliste d'un phénomène aboutit à la mise au point d'un modèle théorique dont l'architecture formelle correspond à des outils de la théorie des probabilités, ou encore, une modélisation par réseaux de neurones consiste à élaborer et à simuler un modèle neuronal dont la structure et le fonctionnement sont décrits par des équations caractéristiques de la théorie des réseaux de neurones formels (Alexandre, 1997).

2.1.2 Modélisation cognitive

Dans un sens notionnel général, la modélisation cognitive correspond à l'application d'une démarche de modélisation à un phénomène cognitif. Mais comme le note Chown (2004), l'expression même de « modélisation cognitive » prête à confusion, et ce, pour deux raisons, l'une définitoire, l'autre terminologique. Premièrement, on peut épistémologiquement distinguer deux définitions possibles de la notion de modèle cognitif. D'un point de vue empirico-descriptif, on définit un modèle cognitif comme une représentation théorique d'un phénomène cognitif sans poser de contrainte sur la nature de cette représentation. Par exemple, dans le cas de la modélisation d'un processus cognitif donné, on qualifiera de modèles cognitifs dans le cadre de cette définition aussi bien une représentation qualitative prenant par exemple la forme d'un modèle boxologique qu'une représentation quantitative prenant par exemple la forme d'un modèle mathématique. D'un point de vue logico-normatif, on pose une contrainte forte sur la nature de la représentation théorique : on définit ici un modèle cognitif comme une représentation théorique articulant une base conceptuelle (notions, principes et hypothèses cognitifs) et un formalisme logique et/ou mathématique (Chown, 2004). De ce point de vue logico-normatif, on ne saurait accorder le statut de modèle cognitif à une représentation exclusivement qualitative (*i.e.*, conceptuelle) même si cette dernière peut constituer une base sérieuse pour la mise au point d'un modèle cognitif. En fait, la question épistémologique centrale en filigrane derrière ces différences définitoires est celle de savoir si un modèle théorique doit nécessairement être quantitatif ou non.

La deuxième raison pour laquelle l'expression « modélisation cognitive » prête à confusion est d'ordre terminologique. En effet, cette expression dans laquelle le terme « cognitive » a le statut d'adjectif qualifiant le nom « modélisation » suggère qu'à côté des types de modélisation bien connus et fréquemment utilisés, il existe, depuis l'avènement des sciences cognitives, un autre type de modélisation appelé modélisation cognitive. Dans les expressions désignant les types de modélisation bien connus, « modélisation probabiliste », « modélisation par réseaux de neurones », « modélisation informatique », « modélisation stochastique », etc., le terme suivant le nom « modélisation » qualifie bien ce nom et fait référence à l'outil formel sur lequel repose le modèle auquel aboutit la démarche de modélisation. Or, comme le note Chown (2004), le terme « cognitif » ne renvoie à aucun outil formel identifiable. Dans l'expression « modélisation cognitive », l'adjectif « cognitif » qualifie donc la nature du phénomène étudié plutôt que la modélisation elle-même.

Considérons par exemple le processus cognitif de catégorisation. Les modèles cognitifs les plus connus de ce processus sont le modèle basé sur le prototype, le modèle basé sur l'exemplaire, plusieurs modèles de réseaux de neurones ainsi que plusieurs modèles utilisant des règles de production (Rouder & Ratcliff, 2004). Tous ces modèles diffèrent au niveau de leurs bases conceptuelles respectives et au niveau de leurs formalismes – très différents – respectifs. Ainsi, il serait absurde de considérer que ces modèles sont tous issus d'un même type de modélisation qu'on appellerait modélisation cognitive².

Le modèle théorique proposé est un modèle cognitif au sens où le processus qu'il appréhende est de nature cognitive. Ce modèle est en outre le produit d'une démarche de modélisation mathématique, type de modélisation dont la partie 2.1.3 suivante présente les caractéristiques générales.

2.1.3 Modélisation mathématique

On décrit d'abord le principe (2.1.3.1) puis les étapes d'une démarche de modélisation mathématique (2.1.3.2).

2.1.3.1 Principe d'une démarche de modélisation mathématique

Dans un sens général, une démarche de modélisation mathématique d'un phénomène donné dont on dispose de mesures consiste à représenter les aspects (structurels, fonctionnels) du phénomène auxquels on s'intéresse à l'aide d'équations mathématiques. Les équations de tout modèle mathématique défini dans un cadre de modélisation mettent en relation des variables et des paramètres permettant de faire des prédictions relatives au phénomène observé. Chaque variable du modèle possède le statut de variable indépendante ; les variables devant être mesurées et les paramètres estimés pour calculer les prédictions.

On représente formellement un modèle mathématique de la façon suivante : soient z la variable correspondant à la prédiction du modèle relativement la variable dépendante y , X le vecteur des variables indépendantes et θ le vecteur des paramètres du modèle, alors $z = f(X | \theta)$ et $y = z + \varepsilon$ où ε désigne l'erreur de prédiction. Un modèle mathématique peut

² Cette expression s'étant imposée depuis longtemps dans les esprits et dans la littérature, nous sacrifions à l'usage.

donc être considéré comme une fonction permettant de calculer des prédictions relatives à une variable dépendante sur la base d'équations mettant en relation des variables indépendantes et des paramètres. Chaque variable et chaque paramètre du modèle doivent recevoir une interprétation précise en rapport avec la théorie dans laquelle le modèle s'inscrit. L'ensemble des interprétations des entités mathématiques participe à la base conceptuelle du modèle.

La modélisation mathématique désigne un type de modélisation pouvant lui-même aboutir à des modèles de formes très différentes. Parmi les formalismes mathématiques les plus couramment utilisés dans un cadre de modélisation, citons entre autre l'ensemble des techniques de la théorie des probabilités, les processus stochastiques et les équations différentielles (équations différentielles ordinaires, équations aux dérivées partielles, équations différentielles stochastiques). Intimement liée au domaine des mathématiques appliquées, la modélisation mathématique a connu de nombreux succès tout au long de son histoire, ce qui fait dire au mathématicien français Lions que « de toutes les représentations, la représentation mathématique, lorsqu'elle est possible, est celle qui est la plus souple et la meilleure. » (Lions, cité par Temam, 2005, p. 43)

L'application de la démarche de modélisation mathématique en psychologie a une longue histoire mais demeure toujours controversée (Luce, 1995 ; Townsend & Ashby, 1983). Quoi qu'il en soit, force est de constater que certaines des avancées significatives de la psychologie ont mobilisé à un moment donné les ressources de la modélisation mathématique. Comme le notent Townsend et Ashby (1983) : « Although in some cases the nature of the material or the stage of the research would render mathematical theorizing futile, many others, sometimes even the best, might be improved in clarity and testability by expressing the main ideas in mathematical form » (p.5).

2.1.3.2 Etapes d'une démarche de modélisation mathématique

La démarche de modélisation mathématique comporte deux étapes générales admettant elles-mêmes plusieurs sous étapes. La première étape générale de ce type de démarche consiste à déterminer le modèle mathématique, c'est-à-dire à écrire les équations qui représentent les différents aspects du phénomène auxquels on s'intéresse. De façon plus précise, le travail dans cette étape consiste à identifier et à mettre en relation les variables et les paramètres pertinents au moyen d'équations qui définissent le modèle.

La deuxième étape générale d'une démarche de modélisation mathématique concerne le test du modèle élaboré dans l'étape précédente. Cette deuxième étape de mise à l'épreuve correspond à une procédure en trois temps : l'estimation des paramètres, le calcul des prédictions sur la base du modèle et l'évaluation de l'adéquation entre les prédictions et les observations³.

2.2 Inspiration du modèle proposé : le modèle EBRW

L'une des étapes cruciales dans la démarche de construction d'un modèle théorique quantitatif d'un processus cognitif concerne le choix du formalisme mathématique permettant la formalisation du modèle. Dans le cas particulier où le processus cognitif que l'on cherche à modéliser est un processus sous-jacent à une tâche donnée, le choix du formalisme dépend avant tout de la nature de la tâche et des variables dépendantes qui lui sont associées, celles-ci correspondant aux données à prédire (Townsend & Ashby, 1983). L'IAT consistant fondamentalement en une tâche de catégorisation (sémantique), nous nous sommes intéressés dans un premier temps à la littérature concernant la modélisation des processus cognitifs impliqués dans les tâches de catégorisation, celles-ci constituant une sous-classe majeure de la classe des tâches cognitives (Rouder & Ratcliff, 2004 ; Smith, 2000). L'examen de cette littérature suggère que la modélisation de ce type de processus cognitifs est traditionnellement de nature stochastique, ce qui signifie que le formalisme mathématique utilisé dans ces modèles correspond généralement à un processus stochastique (*e.g.*, processus de diffusion, chaîne de Markov, marche aléatoire). La justification de l'utilisation d'un tel formalisme dans le cadre d'une telle modélisation se décline en deux points : premièrement, le formalisme stochastique est particulièrement adéquat à la nature même des tâches de catégorisation⁴, et deuxièmement, les équations caractéristiques de ce formalisme permettent de faire des prédictions précises relatives aux données observées dans ce type de tâches (typiquement, des temps de réponse et des taux d'erreurs).

Les marches aléatoires constituent un type de processus stochastique fréquemment utilisé dans un cadre de modélisation de processus de catégorisation (Zhang & Chang, 2005 ; Nosofsky & Palmeri, 1997 ; Schneider & Logan, 2005 ; Ashby, 1983). On trouve une

³ Ces trois sous-étapes sont explicitées dans la partie 5.

⁴ Ce point est détaillé à la fin de la partie 4.1 après avoir présenté rigoureusement ce formalisme.

application efficace du formalisme des marches aléatoires dans un cadre de modélisation cognitive dans Nosofsky et Palmeri (1997), qui l'appliquent au processus cognitif sous-jacent à une tâche de catégorisation perceptuelle, créant ainsi le modèle de marche aléatoire basé sur l'exemplaire (*Exemplar-based random walk model*, noté EBRW en abrégé)⁵. Un modèle cognitif quantitatif ne se réduit pas à son seul formalisme mathématique mais doit en outre comprendre une base conceptuelle solide. On constate que Nosofsky et Palmeri (1997) dotent bien leur modèle EBRW d'une base conceptuelle très étayée en posant des hypothèses théoriques spécifiques et en assignant une signification psychologique précise aux entités mathématiques du formalisme qu'ils emploient. Le modèle que nous proposons s'inspire directement du modèle EBRW puisque d'une part, il s'appuie sur le même formalisme mathématique et d'autre part, il en reprend une bonne partie – mais une partie seulement – de la base conceptuelle. Cependant, si notre travail de modélisation stochastique du processus cognitif sous-jacent à l'IAT peut être compris comme un travail d'adaptation du modèle EBRW, on ne saurait le réduire à un simple travail d'application de ce modèle à cette tâche, et ce, pour une raison fondamentale entraînant deux conséquences au niveau de la modélisation elle-même. Cette raison correspond au fait que bien qu'ils renvoient tous deux à des tâches de catégorisation, les items d'une tâche de catégorisation perceptuelle telle que celle modélisée par Nosofsky et Palmeri (1997) et les items d'une tâche IAT possèdent des structures très différentes. En effet, la structure d'un item de la tâche de catégorisation perceptuelle étudiée par ces deux chercheurs est basique (un rectangle d'une certaine couleur) alors que la structure d'un item IAT est beaucoup plus complexe⁶. Or, comme nous l'avons mentionné au début de cette partie, si le choix du formalisme mathématique global dépend essentiellement de la nature de la tâche dont on cherche à modéliser le processus cognitif sous-jacent (*e.g.*, une marche aléatoire pour modéliser un processus de catégorisation), les arrangements techniques du formalisme dépendent essentiellement de la structure des items de la tâche en question (*e.g.*, une double marche aléatoire pour modéliser le processus cognitif sous-jacent à une tâche dont les items consistent en une double catégorisation). Cette différence au niveau de la structure des items des deux tâches en question entraîne deux conséquences au niveau de la modélisation elle-même : le formalisme d'une part et la base conceptuelle d'autre part du modèle proposé différeront de ceux qui caractérisent le modèle EBRW.

⁵ On ne décrit pas ici ce modèle parce que la suite de l'exposé comprend l'intégralité de son contenu. En effet, l'ensemble des équations du modèle EBRW correspond aux équations : 2a, 2b, 3, 4a, 4b, 5a, 5b, 6, 7, 8, 9a, 9b, 10a, 10b, 11a, 11b, 12a, 12b, 13a, 13b, 14a, 14b, 15, 16a, 17a, 18a, 19 et 20 de l'exposé.

⁶ La structure d'un item IAT est décrite dans la partie 3.1.

3. L'Implicit Association Test (test des associations implicites)

Cette troisième partie de l'exposé est consacrée à la présentation de la tâche dont on cherche à modéliser le processus cognitif sous-jacent, l'Implicit Association Test (IAT). Le présent travail ne consistant pas en une revue de la littérature concernant cette tâche, on se contente d'en présenter les aspects qui nous seront nécessaires et suffisants relativement à l'objectif visé. Dans cette optique, on explicite dans un premier temps la structure et le fonctionnement de l'IAT (3.1), puis on expose dans un second temps l'interprétation traditionnelle de la tâche (3.2).

3.1 La tâche

L'Implicit Association Test est une tâche ayant été mise au point par Greenwald *et al.* (1998). L'IAT appartient à la classe des tâches reposant sur le paradigme expérimental des temps de réponse (*response time paradigm* ; Schouten & Bekker, 1967 ; Wickelgren, 1977). L'hypothèse théorique centrale sous-jacente à ce paradigme est que le temps de réponse d'un sujet à un item d'une tâche reposant sur ce paradigme dépend des caractéristiques processuelles et structurelles du traitement cognitif de l'information contenue dans cet item mis en œuvre par le sujet. Paradigme emblématique de la psychologie cognitive, le paradigme des temps de réponse a progressivement été utilisé dans les domaines de la conation et de l'émotion pour mettre au point des tâches dont les stimuli possèdent des caractéristiques conatives ou émotionnelles (*e.g.*, Stroop émotionnel). Dans ce type de tâches, on considère typiquement des différences de temps de réponse entre plusieurs types d'items (De Houwer, 2003a).

Fondamentalement, une tâche IAT est une tâche de catégorisation sémantique et sa passation se déroule sur un ordinateur. La structure d'un item IAT est représentée par la figure 1 ci-dessous :

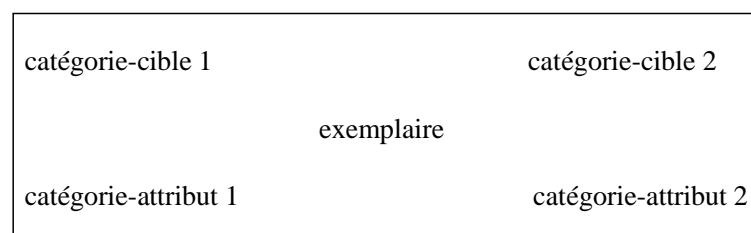


Figure 1. Structure d'un item IAT

Les deux *catégories-cibles* d'un item IAT correspondent aux deux éléments d'une paire de concepts sémantiquement opposés ou du moins, bien différenciés (*e.g.*, Moi *vs.* Autrui, Fleurs *vs.* Insectes, Blancs *vs.* Noirs, Hommes *vs.* Femmes). Les deux *catégories-attributs* correspondent en général aux deux modalités de valence positive et négative ou à des synonymes (*e.g.*, Agréable *vs.* Désagréable, Bon *vs.* Mauvais). L'*exemplaire* est un mot appartenant à l'une de ces quatre catégories sémantiques⁷. Dans une tâche IAT, une réponse consiste en l'appui sur une touche spécifique du clavier de l'ordinateur. Deux modalités de réponse étant possibles, le sujet utilise deux touches de réponse : l'une située sur la gauche du clavier, l'autre située sur la droite du clavier. Une catégorie-cible et une catégorie-attribut situées du même côté de l'écran partagent la même touche de réponse, ce qui implique que le sujet doit appuyer sur cette touche si l'exemplaire appartient à l'une ou l'autre de ces deux catégories sémantiques.

Dans une tâche IAT, on distingue deux types d'items : les items dits *congruents* sont ceux dans lesquels chacune des deux associations catégorie-cible/catégorie-attribut est « évidente », au sens de congruente avec l'organisation de l'information sémantique en mémoire ; au contraire, les items dits *incongruents* sont ceux dans lesquels chacune des deux associations catégorie-cible/catégorie-attribut n'est pas évidente, au sens de non congruente avec l'organisation de l'information sémantique. Les figures 2 et 3 ci-dessous donnent des exemples d'items respectivement congruent et incongruent dans un IAT Fleurs *vs.* Insectes :

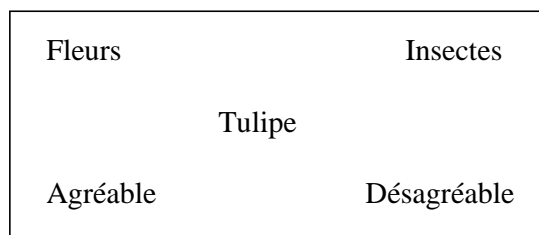


Figure 2. Exemple d'item IAT congruent

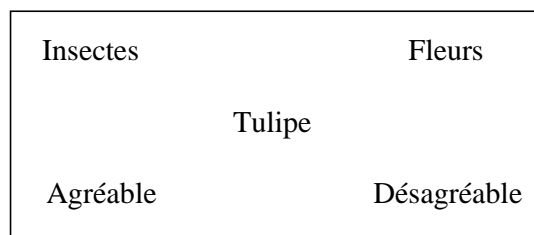


Figure 3. Exemple d'item IAT incongruent

En résumé, un item IAT se caractérise par un ensemble de cinq stimuli (quatre catégories sémantiques et un exemplaire) et une configuration spatiale spécifique. Pour un même ensemble de stimuli, c'est cette information spatiale qui permet de distinguer la version congruente et la version incongruente de cet ensemble.

⁷ Afin de ne pas alourdir conceptuellement l'exposé, on assimile la valence à une caractéristique sémantique, considérant ainsi les catégories-attributs comme des catégories sémantiques.

La structure d'une tâche IAT est la suivante. Dans une première étape, le sujet réalise une tâche de catégorisation sémantique suivant les deux catégories-cibles (seules ces deux catégories apparaissent sur l'écran). En référence à la figure 1, admettons que la catégorie-cible 1 soit associée à la touche de réponse Gauche et que la catégorie-cible 2 soit associée à la touche de réponse Droite. Dans une deuxième étape, le sujet réalise une tâche de catégorisation sémantique suivant les deux catégories-attributs (seules ces deux catégories apparaissent sur l'écran). Admettons que la catégorie-attribut 1 soit associée à la touche de réponse Gauche et que la catégorie-attribut 2 soit associée à la touche de réponse Droite. Dans une troisième étape, le sujet catégorise les exemplaires suivant les catégories-cibles et les catégories-attributs (ces quatre catégories apparaissent sur l'écran). Dans cette étape, la catégorie-cible 1 et la catégorie-attribut 1 sont associées à la même touche de réponse Gauche alors que la catégorie-cible 2 et la catégorie-attribut 2 sont associées à la même touche de réponse Droite. La quatrième étape est identique à la première à ceci près que les deux catégories-cibles sont spatialement inversées : la catégorie-cible 1 est associée à la touche de réponse Droite et la catégorie-cible 2 est associée à la touche de réponse Gauche. Enfin, la cinquième étape est identique à la troisième étape à une inversion spatiale des catégories-cibles près : la catégorie-cible 1 et la catégorie-attribut 2 sont associées à la même touche de réponse Droite alors que la catégorie-cible 2 et la catégorie-attribut 1 sont associées à la même touche de réponse Gauche. La figure 4 ci-dessous résume la structure d'une tâche IAT :

n ^{ième} étape	touche de réponse Gauche	touche de réponse Droite
1	catégorie-cible 1	catégorie-cible 2
2	catégorie-attribut 1	catégorie-attribut 2
3	catégorie-cible 1 catégorie-attribut 1	catégorie-cible 2 catégorie-attribut 2
4	catégorie-cible 2	catégorie-cible 1
5	catégorie-cible 2 catégorie-attribut 1	catégorie-cible 1 catégorie-attribut 2

Figure 4. Structure d'une tâche IAT

Les items de l'étape 3 sont des items congruents et l'ensemble de ces items forme le *bloc compatible* de la tâche. Les items de l'étape 5 sont des items incongruents et l'ensemble de ces items forme le *bloc incompatible*. Le bloc compatible et le bloc incompatible constituent les deux blocs-test de la tâche. La mesure résultante dans une tâche IAT est la différence de temps de réponse entre les deux blocs-test. Cette différence de temps de réponse est appelée *effet IAT*. Les deux résultats empiriques principaux relatifs à l'IAT sont d'une part, le fait que le temps de réponse moyen aux items du bloc incompatible est supérieur au temps de réponse moyen aux items du bloc compatible, et d'autre part le fait que le taux d'erreurs dans le bloc incompatible est supérieur à celui dans le bloc compatible.

3.2 Interprétation de l'effet IAT

L'interprétation dite *traditionnelle* de l'effet IAT consiste à interpréter cet effet comme une mesure indirecte de forces d'association entre concepts (la force de chacune des deux associations entre la catégorie-cible et la catégorie-attribut situées du même côté de l'écran dans un item IAT) (Greenwald *et al.*, 1998 ; Greenwald, Banaji, Rudman, Farnham, Nosek & Mellott, 2002). Cette interprétation de la différence systématique de temps de réponse entre les items congruents et les items incongruents d'une tâche IAT repose sur l'idée selon laquelle le processus cognitif sous-jacent à une tâche de catégorisation est plus performant lorsque les catégories de la tâche correspondent à des schémas d'organisation de l'information déjà existants en mémoire (Greenwald & Farnham, 2000).

L'idée d'utiliser une différence de temps de réponse entre deux types d'items d'une tâche reposant sur le paradigme des temps de réponse comme une variable manifeste mesurant un construit psychologique n'a pas été découverte par Greenwald. Il est en revanche plus probable que la paternité de cette idée soit attribuable à Garner (Garner, 1974). En effet, Garner, à son époque, a mis au point une tâche comportant trois conditions expérimentales⁸. Les stimuli utilisés dans cette tâche sont des stimuli physiques, des rectangles plus précisément, chaque item se caractérisant par un rectangle spécifique. Le sujet réalise une tâche de catégorisation : si la hauteur du rectangle perçu est petite, alors le sujet doit appuyer sur une touche donnée, en revanche, si la hauteur du rectangle est grande, alors le sujet doit appuyer sur une autre touche donnée. L'expérimentateur fait également varier la largeur des

⁸ Garner a qualifié ces conditions expérimentales de tâches, d'où l'expression de « tâches de Garner ». Mais il s'agit en réalité de différentes conditions expérimentales d'une même tâche.

rectangles et on définit ainsi les trois conditions expérimentales de la tâche. La première condition est une condition contrôle (« tâche contrôle ») dans laquelle seule la hauteur des rectangles varie entre les items, leur largeur étant maintenue constante. La deuxième condition est appelée condition de filtrage orthogonale (« tâche de filtrage orthogonale ») : dans cette condition, la hauteur et la largeur des rectangles varient de façon orthogonale entre les items. Enfin, la troisième condition est appelée condition de filtrage corrélé (« tâche de filtrage corrélé ») : dans cette condition, la hauteur et la largeur des rectangles co-varient positivement entre les items (*i.e.*, les rectangles de petite hauteur possèdent aussi une petite largeur et les rectangles de grande hauteur possèdent aussi une grande largeur). Soient TR_c le temps de réponse moyen aux items de la condition contrôle, TR_{fo} le temps de réponse moyen aux items de la condition de filtrage orthogonal et TR_{fc} le temps de réponse moyen aux items de la condition de filtrage corrélé. Si la quantité $TR_{fo} - TR_c$ est positive, on dit qu'il y a interférence de Garner et on interprète cette différence de temps de réponse comme une mesure de l'attention sélective, ces deux variables étant négativement liées. De plus, si la différence $TR_{fo} - TR_{fc}$ est positive, on dit qu'il y a gain de redondance, ce phénomène renvoyant au fait qu'un item présent à la fois dans les conditions de filtrage orthogonal et de filtrage corrélé a une fréquence de présentation plus élevée dans la condition de filtrage corrélé que dans la condition de filtrage orthogonal. Dans cette tâche mise au point par Garner, on voit que les deux caractéristiques des stimuli que l'on fait varier entre les items correspondent à dimensions particulières. En effet, la hauteur et la largeur d'un rectangle sont des informations dont les traitements respectifs sont liés : on qualifie d'*intégrables* de telles dimensions (l'intégrabilité de la hauteur L et de la largeur l d'un rectangle d'aire égale à a est notamment dû au fait que ces deux dimensions sont mathématiquement liées par une équation simple : $L = \frac{a}{l}$). Par opposition, on qualifie de *séparables* les dimensions d'un stimulus dont les traitements respectifs sont indépendants.

On remarquera que l'interprétation traditionnelle de l'effet IAT en termes de mesure de forces d'association entre concepts n'a de sens qu'au travers d'une vision particulière de l'IAT, ou plus précisément de la structure d'un item IAT. Cette vision correspond à une vision « en colonne » d'un item IAT, ce type de vision faisant apparaître effectivement deux associations entre une catégorie-cible et une catégorie-attribut. Mais il existe une autre vision possible, plus analytique, de la structure d'un item IAT et qui correspond à une vision « en ligne » de cette structure. Avec ce type de vision, un item IAT apparaît comme une double

tâche de catégorisation sémantique. Le modèle théorique du processus cognitif sous-jacent à l'IAT que nous proposons s'ancre conceptuellement sur cette vision en ligne d'un item IAT. La figure 5 ci-dessous illustre ces deux types de vision possibles d'un item IAT.

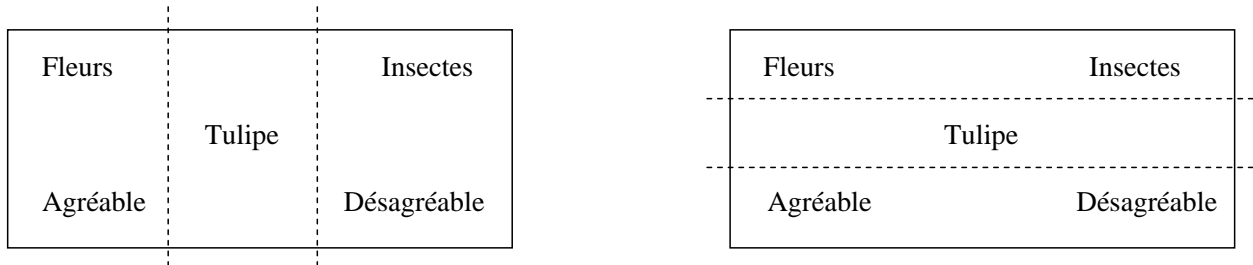


Figure 5. Vision en colonne et vision en ligne de la structure d'un item IAT

4. Modèle de la double marche aléatoire (MDMA)

La présentation du modèle proposé se déroule en quatre temps. On explicite successivement : le formalisme mathématique du modèle (4.1), sa base conceptuelle (4.2), sa formalisation (4.3), et l'interprétation de l'IAT vu à travers ce modèle (4.4).

4.1 Formalisme mathématique du modèle

Dans cette partie 4.1, on énonce les principes et les propriétés caractéristiques du formalisme mathématique utilisé dans le modèle proposé et on pose les équations relatives à ces propriétés. En outre, on justifie l'utilisation d'un tel formalisme pour notre problème en expliquant son adéquation à la tâche et au processus cognitif étudiés.

Le formalisme mathématique du modèle est la théorie des *marches aléatoires*. Les marches aléatoires constituent une classe de *processus stochastiques*⁹. Un processus stochastique est un modèle mathématique permettant de décrire les propriétés d'un phénomène aléatoire évoluant dans le temps. Un tel modèle mathématique suppose donnés :

- (1) un espace probabilisé (Ω, \mathcal{U}, P) ;
- (2) un espace mesurable (E, \mathcal{B}) où E est appelé ensemble des états du processus ;
- (3) une famille $(Y_{t_n})_{n \in T}$ de variables aléatoires définies sur (Ω, \mathcal{U}, P) à valeurs dans E .

⁹ A l'occasion du centenaire (1906-2006) de la publication par Markov de l'article princeps sur les chaînes de Markov – qui constituent une autre classe de processus stochastiques – (Mazliak, 2006), on indique au lecteur intéressé qu'une marche aléatoire est mathématiquement équivalente à une chaîne de Markov.

L'ensemble T est appelé ensemble des temps. Lorsque $T \subset \mathbb{N}$, on dit que le processus stochastique est à temps discret, et lorsque $T \subset \mathbb{R}$, on dit que le processus est à temps continu. On prendra soin de distinguer l'indice n qui désigne la $n^{\text{ième}}$ valeur temporelle et cette valeur elle-même (t_n) (e.g., $t_4 = 21,76 \cdot 10^{-3}$ ms). Suivant que E est fini, dénombrable ou continu, on dit que le processus a respectivement un nombre fini d'états, un espace d'états dénombrable ou un espace d'états continu. On définit ici uniquement le type de marche aléatoire utilisé dans le modèle proposé. On commence néanmoins par énoncer deux généralités concernant les marches aléatoires. Premièrement, une marche aléatoire est associée à une expérience aléatoire réitérée dans le temps, chaque issue de cette expérience aléatoire générant un pas dans la marche. Deuxièmement, une marche aléatoire est associée à une dimension. Ainsi, une marche aléatoire en dimension k se caractérise par :

- (1) k pas d'espace ;
- (2) $2k$ probabilités ;
- (3) un pas de temps T_p

→ Le type de marche aléatoire auquel on s'intéresse ici est une marche aléatoire en dimension 1 qui se caractérise donc par un pas d'espace, deux probabilités et un pas de temps. Cette marche aléatoire est associée à une expérience aléatoire donnée réitérée dans le temps et on note Y_{t_n} la variable aléatoire correspondant au résultat de la $n^{\text{ième}}$ expérience aléatoire. Supposons que cette expérience admette deux résultats possibles auxquels correspondent les valeurs $+1$ et -1 de la variable aléatoire associée telles que $P\{Y_{t_n} = 1\} = p$ et $P\{Y_{t_n} = -1\} = q$ ($p + q = 1$). La suite (Y_{t_n}) ($n \geq 0$) est une suite de variables aléatoires mutuellement indépendantes et telles que pour tout ($n \geq 0$), $E\left[\left|Y_{t_n}\right|\right] < +\infty$. Si, pour tout ($n \geq 0$), on pose $X_{t_n} = Y_{t_0} + Y_{t_1} + \dots + Y_{t_n}$, alors la suite (X_{t_n}) ($n \geq 0$) est une marche aléatoire. La valeur 1 correspond au *pas d'espace* de cette marche, p et q correspondant aux deux probabilités qui lui sont associées. Le *pas de temps* de (X_{t_n}) ($n \geq 0$) est la valeur $T_p = \Delta t_n$ et correspond à l'intervalle de temps séparant deux pas dans la marche. Le type de marche aléatoire utilisé ici est à temps discret et possède un pas de temps aléatoire (i.e., $n \in \mathbb{N}^+$ et T_p est une variable aléatoire). Enfin, ce type de marche aléatoire se caractérise par deux *états absorbants*, valeurs de (X_{t_n}) telles que si (X_{t_n}) prend l'une ou l'autre de ces valeurs, alors la marche aléatoire

s'arrête. Conventionnellement, on représente graphiquement une marche aléatoire en dimension 1 avec états absorbants de la façon suivante. Soient (Y_{t_n}) ($n \geq 0$) une suite de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées telles que $P\{Y_{t_n} = 1\} = p$ et $P\{Y_{t_n} = -1\} = q$ ($p + q = 1$) et (X_{t_n}) ($n \geq 0$) la marche aléatoire telle que pour tout $n \geq 0$, $X_{t_n} = Y_{t_0} + Y_{t_1} + \dots + Y_{t_n}$. Par souci de simplicité, on prend $n \in \mathbb{N}^+$ et $t_n = n$, ce qui signifie dans ce cas que le pas de temps de la marche aléatoire T_p est tel que $T_p = 1$. Enfin, on note a et b les deux états absorbants associés à cette marche, avec $a = b = 4$ (par convention, on considère b et $-a$). Le tableau 1 ci-dessous donne un exemple de réalisation de (X_{t_n}) :

$t_n = n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y_{t_n}	0	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1
X_{t_n}	0	1	0	1	2	1	2	3	2	3	4

Tableau 1. Exemple de réalisation de (X_{t_n})

La figure 6 ci-dessous est la représentation graphique conventionnelle illustrant cette réalisation de (X_{t_n}) :

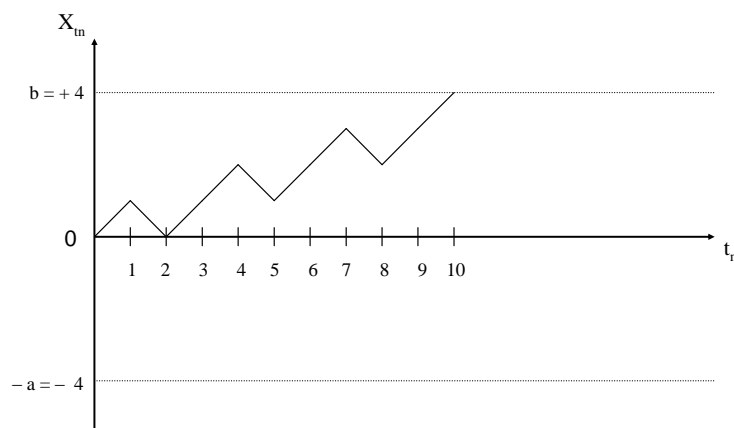


Figure 6. Représentation graphique de (X_{t_n})

L'axe des abscisses représente les valeurs temporelles et l'axe des ordonnées représente les valeurs de la marche aléatoire (X_{t_n}) . Les deux lignes en pointillés représentent les valeurs des deux états absorbants a et b associés à cette marche. La courbe en trait continu représente les valeurs successives de (X_{t_n}) .

Etant donnée une marche aléatoire en dimension 1 caractérisée par les probabilités p et q , les états absorbants a et b et le pas de temps aléatoire T_p , la théorie des martingales fournit les équations permettant de calculer les deux propriétés mathématiques caractéristiques d'une marche aléatoire : l'espérance de la durée de la marche et la probabilité d'atteinte d'un état absorbant. La première propriété est relative à la durée d'une marche aléatoire avant l'atteinte d'un état absorbant et est appelée *temps d'arrêt* de la marche. Soient N le nombre de pas au bout duquel la marche aléatoire a atteint un état absorbant et T le temps d'arrêt de la marche, alors T est une variable aléatoire telle que :

$$T = t_N = \min \left\{ t_n : X_{t_n} = -a \text{ ou } X_{t_n} = b \right\} \quad (1)$$

Soit $E[N]$ l'espérance du nombre de pas effectués dans la marche avant d'atteindre un état absorbant, la théorie des martingales amène à distinguer deux cas pour le calcul de $E[N]$: un premier cas dans lequel les deux probabilités p et q dans la marche aléatoire sont différentes et un deuxième cas dans lequel p et q sont égales¹⁰. On a :

si $p \neq q$:

$$E[N] = \frac{b}{p-q} - \frac{a+b}{p-q} \left[\frac{1 - \left(\frac{p}{q}\right)^b}{1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{a+b}} \right] \quad (2a)$$

si $p = q = \frac{1}{2}$:

$$E[N] = ab \quad (2b)$$

Soient $E[T]$ l'espérance du temps d'arrêt de la marche et $E[T_p]$ l'espérance du pas de temps, $E[T]$ est telle que :

$$E[T] = E[N]E[T_p] \quad (3)$$

La deuxième propriété d'une marche aléatoire en dimension 1 avec états absorbants concerne les probabilités que la marche atteigne l'un ou l'autre de ces deux états absorbants. Ces deux probabilités sont appelées *probabilités d'atteinte*. Soient $P(A)$ la probabilité que la marche aléatoire atteigne l'état absorbant $-a$ et $P(B)$ la probabilité que la marche atteigne l'état absorbant b , ces deux probabilités d'atteinte sont telles que :

¹⁰ La justification mathématique de cette distinction appelle des démonstrations dont la complexité dépasse le cadre de l'exposé. On renvoie cependant le lecteur intéressé à Foata et Fuchs (2004).

si $p \neq q$:

$$P(A) = P\{X_T = -a\} = P\{X_{t_N} = -a\} = \frac{1 - \left(\frac{p}{q}\right)^b}{1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{a+b}} \quad (4a)$$

si $p = q = \frac{1}{2}$:

$$P(A) = P\{X_T = -a\} = \frac{b}{a+b} \quad (5a)$$

si $p \neq q$:

$$\begin{aligned} P(B) = P\{X_T = b\} &= \frac{1 - \left(\frac{q}{p}\right)^a}{1 - \left(\frac{q}{p}\right)^{a+b}} \quad (4b) \\ &= 1 - P(A) \end{aligned}$$

si $p = q = \frac{1}{2}$:

$$\begin{aligned} P(B) = P\{X_T = b\} &= \frac{a}{a+b} \quad (5b) \\ &= 1 - P(A) \end{aligned}$$

Après avoir présenté de façon générale et formelle le type de marche aléatoire utilisé dans le modèle proposé, considérons maintenant l'exemple suivant illustrant une application de ce formalisme à une situation concrète. Cet exemple est connu sous le nom de *problème de la ruine des joueurs*. Soient deux joueurs A et B jouant à un jeu donné de façon répétée dans le temps (ce jeu correspond à l'expérience aléatoire). Ici $n \in \mathbb{N}^+$ et $t_n = n$ (donc $T_p = 1$). Pour chaque partie de ce jeu, A a une probabilité p de gagner et une probabilité q de perdre ($p + q = 1$). Si A gagne une partie, B lui donne un euro, s'il perd, c'est lui qui donne un euro à B. Le processus s'arrête lorsque l'un des deux joueurs est ruiné. Soit $Y_n = Y_n$ le gain de A à la $n^{\text{ième}}$ partie ($Y_0 = 0$), on a $P\{Y_n = 1\} = p$ et $P\{Y_n = -1\} = q$. Soit $X_n = Y_0 + \dots + Y_n$ ($n \geq 0$), X_n représente le gain de A au cours des n premières parties et (X_n) ($n \geq 0$) est une marche aléatoire. On note a et b les fortunes initiales respectives des joueurs A et B. La quantité

$(a + X_n)$ représente la fortune de A après la $n^{\text{ième}}$ partie et la quantité $(b - X_n)$ représente la fortune de B après la $n^{\text{ième}}$ partie. $X_n = -a$ signifie que A est ruiné et $X_n = b$ signifie que B est ruiné. Soit T le temps d'arrêt de (X_n) tel que $T = \min \{n \geq 1 : X_n = -a \text{ ou } X_n = b\}$, on a :

si $p \neq q$:

$$E[T] = \frac{b}{p-q} - \frac{a+b}{p-q} \left[\frac{1 - \left(\frac{p}{q}\right)^b}{1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{a+b}} \right]$$

si $p = q = \frac{1}{2}$:

$$E[T] = ab$$

(ici, $n \in \mathbb{N}^+$ et $t_n = n$, donc $T_p = 1$ et $E[T_p] = 1$ donc $E[T] = E[N]$). On retrouve également les équations (4a), (5a), (4b) et (5b) concernant les probabilités d'atteinte. ←

Le formalisme mathématique des marches aléatoires est particulièrement adéquat à la modélisation des tâches de catégorisation (Townsend & Ashby, 1983). En effet, soit une tâche de catégorisation comportant deux catégories et deux modalités de réponse, en associant chaque état absorbant d'une marche aléatoire en dimension 1 à une catégorie de la tâche et en interprétant la valeur de chaque état absorbant comme le seuil d'activation de la catégorie correspondante, les équations relatives aux temps d'arrêt et aux probabilités d'atteinte permettent respectivement la prédiction des temps de réponse et des taux d'erreurs des sujets aux items de la tâche, le temps de réponse et le taux d'erreur (appelé aussi précision) correspondant aux deux variables dépendantes habituellement mesurées dans ce type de tâches. La mise au point de telles prédictions quantitatives requière cependant en outre d'un formalisme mathématique précis une base conceptuelle solide.

Dans cette partie 4.1, nous avons défini le type de marche aléatoire utilisé dans le modèle proposé ainsi que les notions de temps d'arrêt et de probabilité d'atteinte – qui correspondent aux deux propriétés caractéristiques des marches aléatoires. Nous avons également présenté les équations exprimant mathématiquement ces notions et qui serviront de base pour la formalisation du modèle.

4.2 Base conceptuelle du modèle

Dans cette partie consacrée à la base conceptuelle du modèle proposé, on expose le cadre conceptuel général dans lequel s'inscrit le modèle. Son organisation est la suivante : dans un premier temps, on définit la structure générale du processus cognitif sous-jacent à l'IAT afin de situer les phases de traitement dans ce processus qui font l'objet d'une modélisation (4.2.1) ; dans un second temps, on énonce et on justifie la première hypothèse théorique centrale du modèle qui correspond à l'hypothèse de la double marche aléatoire (4.2.2) ; dans un troisième temps, on définit rigoureusement les trois entités mathématiques caractéristiques du type de marche aléatoire utilisé dans le modèle (probabilités, pas de temps aléatoire et états absorbants) et on précise leur signification psychologique (on énonce ici la deuxième hypothèse théorique centrale du modèle qui correspond à l'hypothèse du biais de réponse) (4.2.3) ; enfin, dans un quatrième temps, on expose l'explication de l'effet IAT dans le cadre du modèle proposé et sur la base du cadre conceptuel défini (4.2.4).

4.2.1 Structure générale du processus cognitif sous-jacent à l'IAT

Avant de se situer à un niveau de description de type microscopique dans la théorisation d'un processus cognitif, il convient dans un premier temps de définir à un niveau macroscopique l'allure globale de ce processus. Traditionnellement en psychologie, la description macroscopique d'un processus psychologique correspond à la décomposition du processus en phases distinctes, chaque phase représentant un traitement spécifique de l'information. Conventionnellement, la représentation graphique de la description macroscopique d'un processus psychologique prend la forme d'un modèle boxologique (ou modèle en boîtes). Nous proposons, sans prendre beaucoup de risque, le modèle boxologique suivant comme description macroscopique du processus cognitif impliqué dans l'IAT¹¹ :

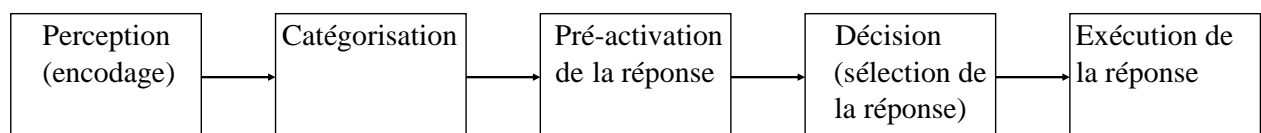


Figure 7. Structure générale du processus cognitif sous-jacent à l'IAT

¹¹ Ce modèle boxologique est abondamment utilisé dans le cadre du paradigme de la période psychologique réfractaire en psychologie cognitive (*e.g.*, Miller & Alderton, 2006 ; Byrne & Anderson, 2001).

Cette figure s'interprète de la façon suivante : soit un item IAT, premièrement le sujet encode les stimuli que comporte l'item (les quatre catégories sémantiques et l'exemplaire) ; deuxièmement, le sujet catégorise l'exemplaire suivant les catégories-cibles et les catégories-attributs, cette phase de traitement débouchant sur l'activation des catégories dans lesquelles l'exemplaire a été classé ; troisièmement, le sujet pré-active les modalités de réponse associées aux catégories activées ; quatrièmement, il sélectionne parmi les différentes modalités de réponse pré-activées celle qui correspond à la modalité de réponse correcte ; cinquièmement, il exécute la réponse correspondante.

On remarquera que le modèle boxologique décrit ci-dessus n'est pas spécifique à l'IAT mais s'applique également à d'autres tâches basées sur le paradigme des temps de réponse. Prenons l'exemple de la tâche de Stroop (Stroop, 1935). Dans cette tâche, le sujet doit identifier la couleur de mots désignant eux-mêmes une couleur. On distingue des items congruents dans lesquels les mots sont écrits dans la même couleur que celle qu'ils désignent (*e.g.*, ROUGE écrit en rouge) et des items incongruents dans lesquels les mots sont écrits dans une couleur différente que celle qu'ils désignent (*e.g.*, ROUGE écrit en vert). Le résultat empirique classique associé à cette tâche est que le temps de réponse moyen aux items incongruents est supérieur au temps de réponse moyen aux items congruents (effet Stroop). Dans une telle tâche, on distingue pour chaque mot-cible une information pertinente (la couleur du mot) et une information non pertinente (la couleur désignée par la mot). L'information pertinente est celle sur laquelle le sujet doit se baser pour produire la réponse correcte. Lorsque l'information pertinente et l'information non pertinente sont de même nature – comme c'est le cas dans la tâche de Stroop : ces deux informations sont relatives à une couleur – on suppose que l'information non pertinente est traitée de façon automatique, ce qui conduit à des effets tels que l'effet Stroop. Admettons que la réponse du sujet à un mot-cible consiste à appuyer sur une touche de même couleur que celle dans laquelle le mot-cible est écrit, on peut alors décrire la structure globale du processus de réponse sous-jacent à la tâche de Stroop sur la base du modèle boxologique décrit ci-dessus. En effet, soit un item comportant un mot-cible donné, premièrement, le sujet encode les propriétés physiques et sémantiques du mot-cible ; deuxièmement, il extrait l'information correspondant à la couleur du mot (*i.e.*, information pertinente), l'associe à la catégorie de couleur correspondante et fait de même avec l'information non pertinente ; troisièmement, il pré-active la modalité de réponse associée à chaque catégorie activée ; quatrièmement, il sélectionne la modalité de réponse correcte parmi celles qui sont pré-activées et cinquièmement, il exécute la modalité

de réponse correspondante. Le modèle de compétition au niveau de la réponse situe l'explication de l'effet Stroop au niveau de la phase de sélection de la réponse : dans les items incongruents, l'information pertinente et l'information non pertinente pré-activent directement des catégories de couleur différentes et indirectement des modalités de réponse différentes générant ainsi une compétition entre ces modalités, alors que ce phénomène de compétition au niveau de la réponse ne se produit pas dans le cas des items congruents puisque l'information pertinente et l'information non pertinente que comportent ces items pré-activent la même catégorie de couleur et donc la même modalité de réponse.

Le modèle boxologique décrivant la structure globale du traitement de l'information sous-jacent à l'IAT s'applique également à la tâche de décision évaluative avec amorçage affectif (Fazio *et al.*, 1986). Dans chaque item de cette tâche, le sujet voit apparaître successivement deux mots séparés par un intervalle de temps donné, le premier mot est appelé amorce, le second est appelé cible. Dans ce type de tâche, les mots possèdent une valence marquée et le sujet doit identifier la valence de la cible. On distingue des items congruents dans lesquels l'amorce et la cible possèdent la même valence et des items incongruents dans lesquels les deux stimuli possèdent des valences différentes. On constate de façon stable que le temps de réponse moyen aux items incongruents est supérieur au temps de réponse moyen aux items congruents (effet d'amorçage affectif). Admettons que chaque modalité de valence (deux en général) soit associée à une touche de réponse spécifique, la structure globale du processus cognitif impliqué dans cette tâche est la suivante : premièrement, le sujet encode les propriétés du stimulus ; deuxièmement, il extrait l'information correspondant à la valence du stimulus et l'associe à la catégorie de valence correspondante ; troisièmement, il pré-active la modalité de réponse associée à cette catégorie (ces trois phases se déroulant pour l'amorce et la cible) ; quatrièmement, il sélectionne la modalité de réponse correcte et cinquièmement, il exécute la réponse associée. Ici encore, le modèle de compétition au niveau de la réponse situe l'explication de l'effet d'amorçage affectif au niveau de la phase de sélection de la réponse.

Le modèle que nous proposons est relatif au niveau central du traitement de l'information tel qu'il est décrit par le modèle boxologique ci-dessus. Plus spécifiquement, le modèle proposé porte sur les phases de catégorisation et de pré-activation de la réponse et décrit à un niveau computationnel le traitement qui est réalisé dans ces phases (Nosofsky & Palmeri, 1997).

4.2.2 Double marche aléatoire

Un item IAT comporte deux catégories-cibles, deux catégories-attributs et un exemplaire à classer suivant ces catégories. Selon l'appartenance catégorielle de l'exemplaire, on distingue des catégories sémantiques pertinentes et des catégories sémantiques non pertinentes : si l'exemplaire appartient à l'une ou l'autre des deux catégories-cibles, alors ces deux catégories sémantiques sont qualifiées de *pertinentes* (*i.e.*, la production de la réponse correcte dépend de la catégorisation de l'exemplaire suivant ces catégories) et les deux catégories-attributs sont qualifiées de *non pertinentes* (*i.e.*, la production de la réponse correcte ne dépend pas de la catégorisation de l'exemplaire suivant ces catégories), et inversement. L'existence même d'un effet IAT amène à faire l'hypothèse théorique selon laquelle, pour chaque item IAT, le sujet catégorise l'exemplaire suivant les catégories pertinentes et suivant les catégories non pertinentes. Cette hypothèse correspond à la conclusion d'un simple raisonnement par l'absurde : supposons que le sujet catégorise l'exemplaire uniquement suivant les catégories pertinentes, il n'y a alors aucune raison que le temps de réponse du sujet diffère entre les items congruents et les items incongruents, on ne devrait pas dans ce cas observer d'effet IAT. Or on observe un effet IAT. Donc le sujet catégorise chaque exemplaire suivant les catégories pertinentes et les catégories non pertinentes¹². Fondamentalement, l'IAT consiste donc en une double tâche de catégorisation sémantique : l'exemplaire exhibé dans un item est catégorisé d'une part suivant les catégories-cibles et d'autre part suivant les catégories-attributs.

La première hypothèse théorique centrale du modèle proposé postule le déroulement d'une marche aléatoire pour chacune des deux tâches de catégorisation que comporte un item IAT. On appelle cette hypothèse théorique l'*hypothèse de la double marche aléatoire*. Par abus de langage, on appelle *marche aléatoire pertinente* la marche aléatoire correspondant à la catégorisation de l'exemplaire suivant les catégories sémantiques pertinentes et *marche aléatoire non pertinente* la marche aléatoire correspondant à la catégorisation de l'exemplaire suivant les catégories sémantiques non pertinentes. Les deux marches aléatoires auxquelles donne lieu un item IAT débutent au même moment et se déroulent en parallèle, ce qui signifie psychologiquement que les deux tâches de catégorisation sémantique se déroulent en parallèle. Relativement à la structure globale du processus cognitif impliqué dans l'IAT, la

¹² Il serait « absurde » de supposer que le sujet catégorise l'exemplaire uniquement suivant les catégories non pertinentes.

double marche aléatoire correspond au traitement de l'information qui caractérise la phase de catégorisation. Chacune des deux marches aléatoires générées par un item IAT est en dimension 1 et se caractérise donc par un pas d'espace, deux probabilités, deux états absorbants et un pas de temps. Chaque état absorbant est associé à une catégorie sémantique et on interprète la valeur de cet état comme le seuil d'activation de la catégorie qui lui est associée. Ainsi, lorsqu'une marche aléatoire atteint un état absorbant (*i.e.*, la marche s'arrête), cela signifie que l'exemplaire a été classé dans la catégorie sémantique correspondante et que cette catégorie est désormais activée.

De plus, étant donné un item IAT, on n'impose pas de contrainte sur l'ordre de finition des deux marches aléatoires auxquelles cet item donne lieu. En fonction des probabilités dans les marches – dont on étudie la signification psychologique dans la partie suivante – la catégorisation de l'exemplaire suivant les catégories pertinentes peut finir soit en première soit en seconde position (la catégorisation de l'exemplaire suivant les catégories non pertinentes finissant respectivement en deuxième et en première position). Relativement à la structure globale du traitement de l'information contenue dans un item IAT, la durée de la phase de catégorisation est égale au temps d'arrêt de la marche aléatoire finissant en deuxième.

En raison du fait qu'il postule le déroulement d'une double marche aléatoire pour chaque item d'une tâche IAT, on appelle le modèle proposé le modèle de la double marche aléatoire que l'on note MDMA en abrégé dans la suite du texte.

4.2.3 Définition et signification psychologique des entités mathématiques

On explicite dans cette partie 4.2.3 la définition formelle et la signification psychologique des entités mathématiques caractéristiques du type de marche aléatoire utilisé dans le MDMA : probabilités (4.2.3.1), pas de temps aléatoire (4.2.3.2) et états absorbants (4.2.3.3). Le MDMA s'inspirant du modèle EBRW, on indique que la définition formelle et la signification psychologique des probabilités et du pas de temps aléatoire dans les marches aléatoires que nous utilisons ont été explicitées par Nosofsky et Palmeri (1997) dans leur mise au point du modèle EBRW. En revanche, l'interprétation psychologique des états absorbants définie dans la partie 4.2.3.3 est spécifique au MDMA.

4.2.3.1 Probabilités

Un item IAT exhibe quatre catégories sémantiques et un exemplaire. On note C_G la catégorie-cible située sur la gauche de l'écran, C_D la catégorie-cible située sur la droite de l'écran, A_G la catégorie-attribut située sur la gauche de l'écran et A_D la catégorie-attribut située sur la droite de l'écran. Chacune de ces quatre catégories sémantiques est définie comme un ensemble d'exemplaires. Chaque exemplaire i est un concept correspondant au vecteur $(x_{i1}, \dots, x_{im}, \dots, x_{iM})$ dans un espace psychologique à M dimensions, où x_{im} désigne la coordonnée de l'exemplaire i sur la dimension m . Soit un item IAT, on utilise l'indice j pour représenter un exemplaire appartenant à l'une des quatre catégories C_G , C_D , A_G et A_D , et on utilise l'indice i pour représenter le stimulus correspondant à l'exemplaire à classer (appartenant nécessairement à l'une au moins de ces quatre catégories). Dans l'espace psychologique à M dimensions, la distance d_{ij} entre deux exemplaires i et j est définie par :

$$d_{ij} = \left[\sum_{m=1}^M w_m |x_{im} - x_{jm}|^r \right]^{\frac{1}{r}} \quad (6)$$

où w_m représente le poids attentionnel alloué à la dimension m ($\sum_{m=1}^M w_m = 1$, $w_m \geq 0$).

Chaque distance psychologique d_{ij} est transformée en une mesure de similarité η_{ij} à l'aide d'une fonction exponentielle décroissante :

$$\eta_{ij} = e^{-c \times d_{ij}} \quad (7)$$

où c est un paramètre de sensibilité appelé gradient de similarité. Il existe une relation positive entre la valeur de c et la discriminabilité des exemplaires dans l'espace psychologique.

En raison de facteurs tels que la récence de la présentation et l'ancrage en mémoire, chaque exemplaire d'une catégorie sémantique possède au moment où un item apparaît une force d'activation en mémoire spécifique. Autrement dit, le degré d'activation d'un exemplaire j lors de la présentation d'un item comportant l'exemplaire i est déterminé d'une part par la similarité entre les deux exemplaires et d'autre part par la force en mémoire de l'exemplaire j à cet instant. Chaque mesure de similarité η_{ij} est transformée en un degré d'activation a_{ij} :

$$a_{ij} = \eta_{ij} \times M_j \quad (8)$$

où M_j désigne la force en mémoire de j au moment où l'item comportant i est présenté.

Soit un item IAT comportant l'exemplaire i , considérons la marche aléatoire correspondant à la catégorisation de i suivant les catégories-cibles (que ces catégories soient pertinentes ou non pertinentes). Pour calculer les probabilités que cette marche aléatoire fasse un pas en direction de la catégorie-cible située à gauche (C_G) ou pas en direction de la catégorie-cible située à droite (C_D), on calcule respectivement les distances psychologiques entre l'exemplaire i et tous les exemplaires appartenant à C_G et les degrés d'activation de ces exemplaires d'une part, et les distances psychologiques entre i et tous les exemplaires appartenant à C_D et les degrés d'activation de ces exemplaires d'autre part. On définit ainsi :

$$\begin{aligned} S_{iC_G} &= \sum_{j \in C_G} a_{ij} \\ S_{iC_D} &= \sum_{j \in C_D} a_{ij} \end{aligned} \quad (9a)$$

La probabilité $P(C_G | i)$ que la marche aléatoire correspondant à la catégorisation de i suivant les catégories-cibles fasse un pas en direction de C_G est définie par :

$$P(C_G | i) = \frac{\sum_{j \in C_G} a_{ij}}{\sum_{j \in C_G} a_{ij} + \sum_{j \in C_D} a_{ij}} \quad (10a)$$

$$= \frac{S_{iC_G}}{S_{iC_G} + S_{iC_D}} \quad (11a)$$

Symétriquement, la probabilité $P(C_D | i)$ que cette marche fasse un pas en direction de C_D est définie par :

$$P(C_D | i) = \frac{\sum_{j \in C_D} a_{ij}}{\sum_{j \in C_G} a_{ij} + \sum_{j \in C_D} a_{ij}} \quad (10b)$$

$$= \frac{S_{iC_D}}{S_{iC_G} + S_{iC_D}} \quad (11b)$$

$$= 1 - P(C_G | i) \quad (12a)$$

Considérons maintenant la marche aléatoire correspondant à la catégorisation de l'exemplaire i suivant les catégories-attributs (que ces catégories soient pertinentes ou non pertinentes). On définit les probabilités que cette marche fasse un pas en direction de A_G ou un pas en direction de A_D en calculant respectivement les distances psychologiques entre i et

tous les exemplaires appartenant à A_G et les degrés d'activation de ces exemplaires d'une part, et les distances psychologiques entre i et tous les exemplaires de A_D et les degrés d'activation de ces exemplaires d'autre part. On définit ainsi :

$$\begin{aligned} S_{iA_G} &= \sum_{j \in A_G} a_{ij} \\ S_{iA_D} &= \sum_{j \in A_D} a_{ij} \end{aligned} \quad (9b)$$

La probabilité $P(A_G | i)$ que la marche aléatoire correspondant à la catégorisation de i suivant les catégories-attributs fasse un pas en direction de A_G est définie par :

$$P(A_G | i) = \frac{\sum_{j \in A_G} a_{ij}}{\sum_{j \in A_G} a_{ij} + \sum_{j \in A_D} a_{ij}} \quad (13a)$$

$$= \frac{S_{iA_G}}{S_{iA_G} + S_{iA_D}} \quad (14a)$$

De façon symétrique, la probabilité $P(A_D | i)$ que cette marche fasse un pas en direction de A_D est définie par :

$$P(A_D | i) = \frac{\sum_{j \in A_D} a_{ij}}{\sum_{j \in A_G} a_{ij} + \sum_{j \in A_D} a_{ij}} \quad (13b)$$

$$= \frac{S_{iA_D}}{S_{iA_G} + S_{iA_D}} \quad (14b)$$

$$= 1 - P(A_G | i) \quad (12b)$$

Dans la suite du texte, plutôt que de considérer les probabilités dans les marches aléatoires correspondant à la catégorisation de l'exemplaire suivant les catégories-cibles et les catégories-attributs, on considère les probabilités relatives aux marches aléatoires pertinente et non pertinente (les formules définissant ces probabilités étant bien entendu identiques à celles définies ci-dessus). On adopte le système de notation suivant : p_{ip} : probabilité que la marche aléatoire pertinente fasse un pas en direction de la catégorie pertinente située sur la gauche de l'écran ; q_{ip} : probabilité que cette marche fasse un pas en direction de la catégorie pertinente située sur la droite de l'écran ($p_{ip} + q_{ip} = 1$) ; p_{in} : probabilité que la marche aléatoire non pertinente fasse un pas en direction de la catégorie non pertinente située sur la gauche de

l'écran ; q_{in} : probabilité que cette marche fasse un pas en direction de la catégorie non pertinente située sur la droite de l'écran ($p_{in} + q_{in} = 1$). Par exemple, soit un item comportant l'exemplaire i , si i appartient à l'une des deux catégories-cibles alors $p_{ip} = P(C_G | i)$, $q_{ip} = P(C_D | i)$, $p_{in} = P(A_G | i)$ et $q_{in} = P(A_D | i)$.

4.2.3.2 Pas de temps aléatoire

Les marches aléatoires que l'on considère possèdent un pas de temps aléatoire, cette caractéristique mathématique correspondant à un phénomène psychologique précis. Soit un item IAT comportant l'exemplaire i , l'expérience aléatoire associée à chacune des deux marches aléatoires générées par cet item est une course à la récupération en mémoire entre tous les exemplaires appartenant aux deux catégories sémantiques relatives à chaque marche. L'exemplaire vainqueur d'une telle course est récupéré en mémoire. On associe deux variables aléatoires à cette expérience : la catégorie sémantique à laquelle appartient l'exemplaire vainqueur de la course d'une part et le temps de course de cet exemplaire vainqueur d'autre part. Considérons la marche aléatoire correspondant à la catégorisation de l'exemplaire i suivant les catégories-cibles (que ces catégories soient pertinentes ou non pertinentes), la $n^{\text{ième}}$ course génère le $n^{\text{ième}}$ pas de cette marche aléatoire, la première et la seconde variables aléatoires citées déterminant respectivement le pas d'espace et le pas de temps de ce $n^{\text{ième}}$ pas. Pour chaque course dans cette marche aléatoire, le temps de course t_j de l'exemplaire j ($j \in C_G$ ou $j \in C_D$) est une variable aléatoire de loi exponentielle de paramètre a_{ij} :

$$t_j = f(t) = a_{ij} \times e^{-a_{ij}t} \quad (15)$$

→ La fonction $f(t)$ exprime la densité de probabilité de la variable aléatoire continue t_j . D'après la théorie des probabilités, le calcul d'une probabilité relative à une variable aléatoire continue correspond au calcul d'une intégrale de la fonction de densité de cette variable aléatoire sur un intervalle spécifique. Soient t_1 et t_2 deux valeurs temporelles telles que $t_1 < t_2$, la probabilité $P(t_1 \leq t_j \leq t_2)$ que la valeur de t_j soit comprise entre t_1 et t_2 est telle que : $P(t_1 \leq t_j \leq t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$. Considérons les deux exemples numériques suivants : soient un item IAT comportant l'exemplaire i et les exemplaires j_1 et j_2 appartenant à l'une des quatre

catégories sémantiques de l'item. Posons $a_{ij_1} = 0,2$ (*i.e.*, le degré d'activation de l'exemplaire j_1 est faible quand l'item comportant l'exemplaire i est présenté) et $a_{ij_2} = 0,9$ (*i.e.*, le degré d'activation de l'exemplaire j_2 est élevé quand l'item comportant l'exemplaire i est présenté). Calculons maintenant la probabilité que j_1 et j_2 finissent leur course à la récupération en mémoire en un temps court, en prenant par exemple $t_1 = 0,1$ et $t_2 = 0,5$. On a : $P(0,1 \leq t_{j_1} \leq 0,5) = \int_{0,1}^{0,5} 0,2e^{-0,2t} dt = 0,075$ et $P(0,1 \leq t_{j_2} \leq 0,5) = \int_{0,1}^{0,5} 0,9e^{-0,9t} dt = 0,276$. Cet exemple montre ainsi que plus le degré d'activation de l'exemplaire j est élevé quand l'exemplaire i est présenté (*i.e.*, la distance psychologique entre i et j est petite), plus la probabilité que le temps de course de j soit petit est élevée. ←

Le temps de course t_w de l'exemplaire vainqueur est défini par :

$$t_w = \min \{t_j, j \in C_G \text{ ou } j \in C_D\} \quad (16a)$$

$$= \left(\sum_{j \in C_G} a_{ij} + \sum_{j \in C_D} a_{ij} \right) \times e^{-\left(\sum_{j \in C_G} a_{ij} + \sum_{j \in C_D} a_{ij} \right)t}$$

$$= (S_{iC_G} + S_{iC_D}) \times e^{-(S_{iC_G} + S_{iC_D})t} \quad (17a)$$

L'espérance du temps de course de l'exemplaire vainqueur $E[t_w]$ est donnée par :

$$E[t_w] = \frac{1}{S_{iC_G} + S_{iC_D}} \quad (18a)$$

Le pas de temps T_p dans cette marche aléatoire est une variable aléatoire définie par :

$$T_p = \alpha + t_w \quad (19)$$

où α est une constante appelée constante de pas de temps. Le $n^{\text{ième}}$ pas de temps dans la marche aléatoire est donc égal au temps de course de l'exemplaire vainqueur de la $n^{\text{ième}}$ course plus une constante. L'espérance $E[T_p]$ du pas de temps est donnée par :

$$E[T_p] = \alpha + E[t_w]$$

$$= \alpha + \frac{1}{S_{iC_G} + S_{iC_D}} \quad (20a)$$

Considérons maintenant la marche aléatoire correspondant à la catégorisation de i suivant les catégories-attributs (que ces catégories soient pertinentes ou non pertinentes). Le

temps de course de l'exemplaire j ($j \in A_G$ ou $j \in A_D$) est défini par $t_j = a_{ij} \times e^{-a_{ij}t}$ et le temps de course de l'exemplaire vainqueur est défini par :

$$t_w = \min \{ t_j, j \in A_G \text{ ou } j \in A_D \} \quad (16b)$$

$$\begin{aligned} &= \left(\sum_{j \in A_G} a_{ij} + \sum_{j \in A_D} a_{ij} \right) \times e^{-\left(\sum_{j \in A_G} a_{ij} + \sum_{j \in A_D} a_{ij} \right) t} \\ &= (S_{iA_G} + S_{iA_D}) \times e^{-(S_{iA_G} + S_{iA_D})t} \end{aligned} \quad (17b)$$

L'espérance du temps de course de l'exemplaire vainqueur $E[t_w]$ relativement à cette marche est donnée par :

$$E[t_w] = \frac{1}{S_{iA_G} + S_{iA_D}} \quad (18b)$$

Enfin, le pas de temps T_p dans cette marche aléatoire est tel que $T_p = \alpha + t_w$ et son espérance vaut :

$$\begin{aligned} E[T_p] &= \alpha + E[t_w] \\ &= \alpha + \frac{1}{S_{iA_G} + S_{iA_D}} \end{aligned} \quad (20b)$$

4.2.3.3 Etats absorbants

L'interprétation psychologique des états absorbants des marches aléatoires dans le cadre du MDMA est centrale dans l'explication de l'effet IAT sur la base de ce modèle. Un item IAT se caractérise notamment par une configuration spatiale spécifique correspondant à une structure spatiale telle que chaque catégorie sémantique se trouve associée à une modalité spatiale (Gauche ou Droite). On identifie ainsi la notion de *catégorie sémantique physiquement localisée* qu'on note en abrégé CSPL et qu'on définit comme l'association d'une catégorie sémantique (*i.e.*, information sémantique) et d'une modalité spatiale (*i.e.*, information spatiale). Dans toute tâche de catégorisation reposant sur le paradigme des temps de réponse, chaque catégorie pertinente est associée à une modalité de réponse spécifique. Dans l'analyse théorique de ce type de tâches, un point crucial concerne l'analyse du lien reliant une catégorie pertinente à la modalité de réponse associée (De Houwer, 2003a). Dans le cas de l'IAT on définit une modalité de réponse comme l'association d'un acte moteur et d'une modalité spatiale (*e.g.*, appuyer sur une touche située sur la droite d'un clavier). Pour cette tâche, le lien CSPL pertinente/modalité de réponse est double : chaque CSPL pertinente

est liée à la modalité de réponse qui lui est associée d'une part par l'information sémantique et d'autre part par l'information spatiale qu'elle comporte. En effet, dans une tâche IAT, une CSPL pertinente et la modalité de réponse à laquelle elle se trouve associée partagent la même modalité spatiale : lorsque la CSPL pertinente à laquelle appartient l'exemplaire i se caractérise par la modalité spatiale Gauche, alors le sujet doit appuyer sur la touche située sur la gauche du clavier, et inversement. La figure 8 ci-dessous illustre de façon schématique le lien entre CSPL pertinente et modalité de réponse dans une tâche IAT :

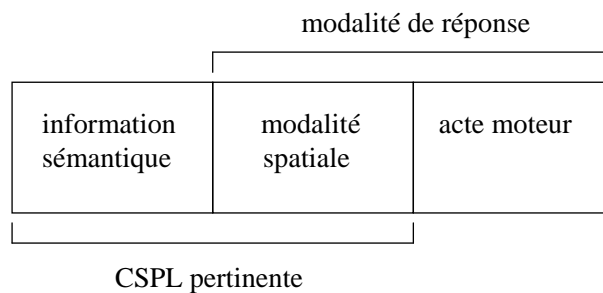


Figure 8. Lien entre CSPL pertinente et modalité de réponse dans une tâche IAT

Pour chaque item IAT, le sujet produit sa réponse indirectement en fonction de l'information sémantique que comporte la CSPL pertinente à laquelle appartient l'exemplaire et directement en fonction de la modalité spatiale caractérisant cette CSPL. Par exemple, pour un item congruent d'un IAT Fleurs vs. Insectes comportant l'exemplaire « Tulipe », le sujet appuie sur la touche située sur la gauche du clavier parce que l'exemplaire « Tulipe » appartient à la catégorie sémantique pertinente « Fleurs » et que cette catégorie est située sur la gauche de l'écran.

Dans toute tâche de catégorisation reposant sur le paradigme des temps de réponse et comportant une réponse de nature motrice, chaque modalité de réponse est associée au schéma moteur spécifique sous-jacent à l'acte moteur qui la caractérise. Ce schéma moteur correspond au schéma cortical qui sous-tend la réalisation de cet acte moteur. Dans le cours du traitement de l'information sous-jacent à un item d'une tâche reposant sur ce paradigme, l'activation d'une modalité de réponse correspond à l'activation du schéma moteur associé. Lorsqu'un schéma moteur est activé, la réalisation de l'acteur moteur correspondant est déclenchée. Dans une tâche IAT, c'est l'activation d'une CSPL qui déclenche l'activation d'une modalité de réponse et du schéma moteur correspondants. Puisqu'un item IAT consiste en une double tâche de catégorisation sémantique et débouche sur l'activation de deux CSPL

(une CSPL pertinente et une CSPL non pertinente), il est clair que l'activation d'une seule CSPL ne déclenche pas automatiquement une réponse. Par conséquent, on dira que lorsqu'une CSPL est activée, la modalité de réponse et le schéma moteur correspondants sont seulement pré-activés. Relativement à la structure globale du traitement de l'information impliqué dans l'IAT, l'activation d'une modalité de réponse et d'un schéma moteur parmi ceux qui sont pré-activés se décide au niveau de la phase de sélection de la réponse.

Lorsqu'une CSPL pertinente et la modalité de réponse associée partagent une même modalité spatiale, un critère suffisant pour pré-activer la modalité de réponse (et le schéma moteur correspondant) est d'activer la modalité spatiale caractérisant cette modalité de réponse. Or, une CSPL étant définie comme l'association d'une information sémantique et d'une modalité spatiale, l'activation d'une CSPL implique l'activation de la modalité spatiale qu'elle comporte. Par conséquent, l'activation d'une CSPL pertinente correspond à la pré-activation de la modalité de réponse associée et du schéma moteur correspondant. Autrement dit, lorsqu'une CSPL est activée, la modalité de réponse et le schéma moteur associés sont simultanément pré-activés. Ceci implique qu'au niveau de la structure du traitement de l'information contenue dans un item IAT, la phase de catégorisation et la phase de pré-activation de la réponse se déroulent en parallèle. En conséquence, puisque l'activation d'une CSPL pertinente et la pré-activation de la modalité de réponse correspondante sont simultanées, on interprète les états absorbants dans les marches aléatoires non pas comme des seuils d'activation des CSPL, mais comme des seuils de pré-activation des modalités de réponse et des schémas moteurs correspondants¹³.

Afin de mieux cerner la spécificité du lien CSPL pertinente/modalité de réponse dans l'IAT, imaginons la variante suivante de la tâche : soit un item IAT comportant l'exemplaire *i*, lorsque la CSPL pertinente à laquelle appartient *i* se caractérise par la modalité spatiale Gauche, le sujet doit appuyer sur une touche située sur le haut du clavier ; si la CSPL pertinente à laquelle appartient *i* se caractérise par la modalité spatiale Droite, le sujet doit appuyer sur une touche située sur le bas du clavier. Dans ce contexte, il est clair que le lien entre chaque CSPL pertinente et la modalité de réponse associée est arbitraire puisque les modalités spatiales respectives de la CSPL pertinente et de la modalité de réponse ne correspondent pas (Gauche/Haut et Droite/Bas). Dans ce cas, la pré-activation de la modalité

¹³ On prendra soin de distinguer la valeur du seuil d'activation (ou de pré-activation) d'une modalité de réponse et la valeur de l'activation (ou de la pré-activation) elle-même.

de réponse et du schéma moteur associés à la CSPL pertinente activée se base sur l'information sémantique que comporte la CSPL. Ici, dans le traitement de l'information contenue dans un item de cette variante de l'IAT, la phase de catégorisation et la phase de pré-activation de la réponse se déroulent en série.

On note c_G l'état absorbant associé à la catégorie C_G , c_D l'état absorbant associé à C_D , a_G l'état absorbant associé à A_G et a_D l'état absorbant associé à A_D . On pose c_G , c_D , a_G et a_D tels que $c_G = c_D = a_G = a_D = \theta$ (on considèrera c_G et $-c_D$, a_G et $-a_D$).

4.2.4 Explication conceptuelle de l'effet IAT sur la base du MDMA

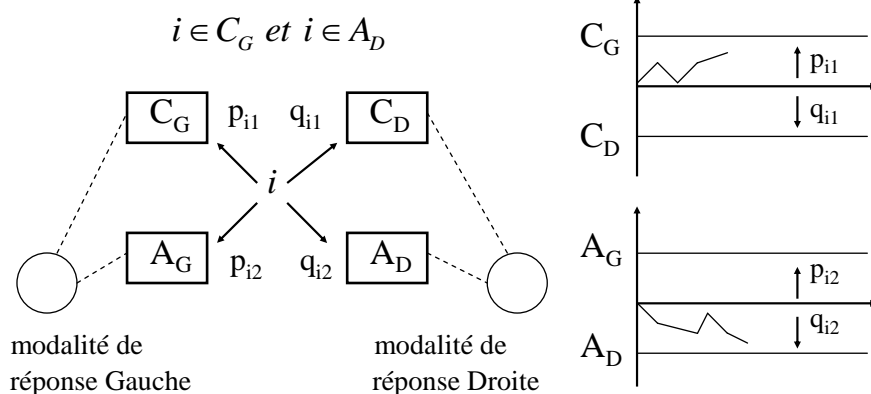
Dans le cadre du MDMA, on considère non pas des catégories sémantiques mais des catégories sémantiques physiquement localisées (CSPL). Dans la partie précédente, nous avons argumenté en faveur de l'idée selon laquelle dans une tâche IAT, l'activation d'une CSPL et la pré-activation de la modalité de réponse et du schéma moteur correspondants sont simultanées. Sur la base de cette hypothèse théorique, on interprète les valeurs des états absorbants dans les deux marches aléatoires auxquelles donne lieu un item IAT comme les seuils de pré-activation des deux modalités de réponse en jeu dans la tâche.

Une marche aléatoire s'arrête lorsqu'elle atteint un état absorbant. L'arrêt d'une marche aléatoire sur un état absorbant correspond dans le cadre du MDMA à la pré-activation de la modalité de réponse et du schéma moteur associés à cet état. Soit un item IAT comportant l'exemplaire i , la deuxième hypothèse théorique centrale du MDMA stipule qu'au moment où la marche aléatoire finissant en premier s'arrête, un biais se produit au niveau des états absorbants de l'autre marche aléatoire. On appelle cette hypothèse théorique l'*hypothèse du biais de réponse*. Sa signification psychologique est la suivante. Soit T_1 le temps d'arrêt de la marche aléatoire finissant en premier, cette marche s'arrête au moment $t = T_1$ lorsqu'elle a atteint un état absorbant, ce qui signifie en termes psychologiques que l'exemplaire i a été catégorisé dans la CSPL associée à cet état absorbant (*i.e.*, cette CSPL est activée), et que la modalité de réponse et le schéma moteur correspondants sont désormais pré-activés. Le MDMA fait alors l'hypothèse qu'au moment $t = T_1$, un biais en faveur de cette modalité de réponse se produit au niveau de l'autre marche aléatoire : le seuil d'activation de la catégorie sémantique partageant la même modalité spatiale que la modalité de réponse pré-activée

diminue (puisque cette catégorie est désormais pré-activée), ce qui se traduit par une diminution de la valeur de l'état absorbant représentant cette catégorie à partir de $t = T_1$ (i.e., ce seuil est plus facilement atteignable) ; parallèlement, le seuil d'activation de la catégorie sémantique associée à la modalité de réponse opposée augmente, ce qui se traduit par une augmentation de l'état absorbant représentant cette catégorie à partir de $t = T_1$ (i.e., ce seuil est plus difficilement atteignable).

A la lumière de l'hypothèse du biais de réponse, examinons maintenant ce qui se produit au niveau cognitif pour un item congruent d'une part et pour un item incongruent d'autre part. Dans le cas d'un item congruent comportant l'exemplaire i , la CSPL pertinente et la CSPL non pertinente auxquelles i appartient partagent la même modalité spatiale. Au moment $t = T_1$, la marche aléatoire finissant en premier atteint un état absorbant, ce qui signifie que la catégorie sémantique associée à cet état absorbant est activée et que la modalité de réponse correspondante est pré-activée. A ce moment, au niveau de l'autre marche aléatoire (celle qui s'arrêtera en deuxième), la valeur de l'état absorbant représentant la catégorie sémantique associée à la modalité de réponse pré-activée diminue alors que la valeur de l'état absorbant représentant la catégorie sémantique associée à la modalité de réponse opposée augmente. Soit T_2 le temps d'arrêt de la marche aléatoire finissant en deuxième, puisque cette marche se dirige vers l'état absorbant dont la valeur diminue, la quantité $T_2 - T_1$ est relativement petite. Dans le cas d'un item incongruent (comportant les mêmes catégories sémantiques et le même exemplaire i , les probabilités dans les marches aléatoires étant identiques à celles relatives à l'item congruent précédent), la CSPL pertinente et la CSPL non pertinente auxquelles appartient l'exemplaire i possèdent des modalités spatiales différentes. Dans ce type d'items, la marche aléatoire finissant en deuxième se dirige vers l'état absorbant dont la valeur augmente. Par conséquent, la quantité $T_2 - T_1$ est donc plus grande que dans le cas d'un item congruent. La figure 9 ci-dessous illustre l'hypothèse du biais de réponse :

$0 \leq t < T_1$:



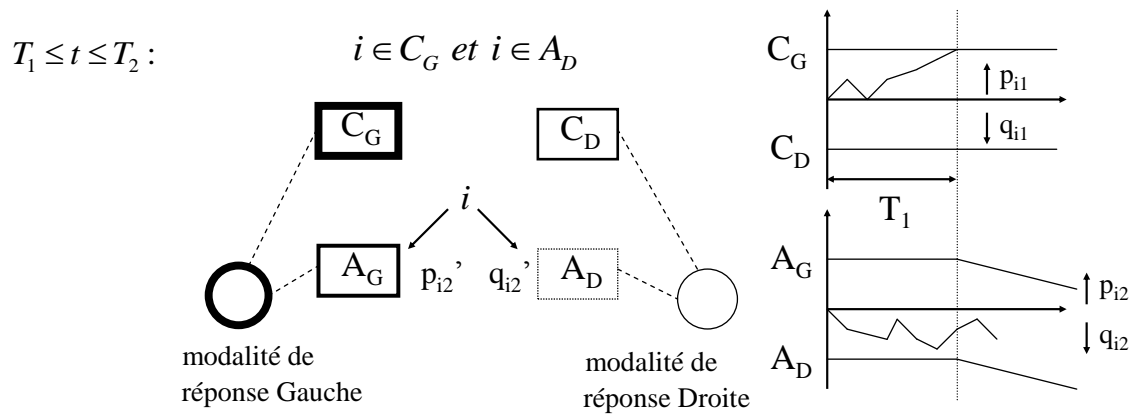


Figure 9. Hypothèse du biais de réponse

Cette figure représente un item IAT (incongruent) à deux intervalles de temps différents. Chacun des quatre rectangles représente une catégorie sémantique (C_G , C_D , A_G ou A_D) et chacun des deux cercles représente une modalité de réponse. Les deux catégories sémantiques partageant la même modalité spatiale sont associées à la même modalité de réponse. Sur la droite de la figure sont représentées les deux marches aléatoires auxquelles donne lieu cet item, l'une est relative aux catégories-cibles, l'autre est relative aux catégories-attributs. Pour $0 \leq t \leq T_1$, les deux marches aléatoires se déroulent en parallèle. A $t = T_1$, l'une des deux marches atteint un état absorbant et s'arrête. La catégorie sémantique représentée par cet état absorbant est désormais activée, la modalité de réponse correspondante est pré-activée et la catégorie sémantique au niveau de l'autre marche aléatoire partageant la même modalité spatiale que la modalité de réponse pré-activée devient elle aussi pré-activée. Parallèlement, la catégorie sémantique associée à la modalité de réponse opposée subit une hypo-activation. On voit à l'aide de cette figure que le temps d'arrêt de la marche aléatoire finissant en deuxième (marche du dessous) est plus long lorsque celle-ci se dirige vers l'état absorbant dont la valeur augmente que lorsqu'elle se dirige vers l'état absorbant dont la valeur diminue.

Dans cette partie 4.2, nous avons défini la base conceptuelle du MDMA. Cette base comprend la structure générale du processus cognitif sous-jacent à l'IAT, la définition et la signification psychologique des entités mathématiques fondamentales du modèle (probabilités, pas de temps aléatoires et états absorbants), ainsi que ses deux hypothèses théoriques centrales (la première hypothèse de la double marche aléatoire et la deuxième hypothèse du biais de réponse).

4.3 Formalisation du MDMA

Cette partie 4.3 de l'exposé est consacrée à la formalisation du MDMA. Dans le cadre de la démarche de modélisation mathématique mise en œuvre, on cherche à formuler les équations correspondant aux deux propriétés caractéristiques des marches aléatoires (temps d'arrêt et probabilités d'atteinte) permettant de faire des prédictions relatives aux temps de réponse et aux taux d'erreurs observés dans une tâche IAT. Ce travail de formalisation du MDMA s'appuie sur les équations posées dans la partie 4.1 et sur la base conceptuelle du modèle explicitée dans la partie 4.2. Etant donné que cette base conceptuelle présente un certain nombre de spécificités (double marche aléatoire, biais au niveau des états absorbants de la marche aléatoire finissant en deuxième), la formulation des équations du modèle n'est pas triviale et requiert plusieurs ajustements techniques. De fait, les équations principales du MDMA (22b, 26, 29, 31, 34 et 36) auxquelles a abouti ce travail de formalisation n'existent pas, à notre connaissance, dans la littérature relative à l'application de modèles stochastiques aux processus de catégorisation (Townsend & Ashby, 1983 ; Smith, 2000). Cette partie 4.3 correspond donc à la partie technique de l'exposé et sa structure est bipartite : on formule d'abord les équations relatives aux temps d'arrêt des deux marches aléatoires auxquelles donne lieu un item IAT (4.3.1), puis on formule les équations relatives aux probabilités d'atteinte dans ces marches (4.3.2).

4.3.1 Temps d'arrêt

On adopte le système de notation suivant :

entité	signification
p_{11}	probabilité que la marche aléatoire finissant en premier fasse un pas en direction de la CSPL Gauche
q_{11}	probabilité que la marche aléatoire finissant en premier fasse un pas en direction de la CSPL Droite
p_{12}	probabilité que la marche aléatoire finissant en deuxième fasse un pas en direction de la CSPL Gauche
q_{12}	probabilité que la marche aléatoire finissant en deuxième fasse un pas en direction de la CSPL Droite
p_{12}^{\prime}	probabilité que la marche aléatoire finissant en deuxième fasse un pas en direction de la CSPL Gauche pour $t \geq T_1$
q_{12}^{\prime}	probabilité que la marche aléatoire finissant en deuxième fasse un pas en direction de la CSPL Droite pour $t \geq T_1$
c_G	état absorbant associé à la CSPL-cible Gauche
c_D	état absorbant associé à la CSPL-cible Droite
a_G	état absorbant associé à la CSPL-attribut Gauche
a_D	état absorbant associé à la CSPL-attribut Droite
θ	valeur des états absorbants c_G , c_D , a_G , et a_D

Tableau 2. Système de notation

→ Concernant l'ordre de finition des deux marches aléatoires que génère un item IAT, on utilise, par souci de simplicité, l'approximation mathématique suivante : soit un item IAT comportant l'exemplaire i , on pose que la marche aléatoire finissant en premier est celle dont l'une des deux probabilités est égale à $\sup\{p_{ip}, q_{ip}, p_{in}, q_{in}\}$. Le critère « $\sup\{p_{ip}, q_{ip}, p_{in}, q_{in}\}$ » permet de déterminer *a priori* laquelle de la marche aléatoire pertinente ou de la marche aléatoire non pertinente finira en premier et permet ainsi d'effectuer les calculs explicites¹⁴.
On a :

si $\sup\{p_{ip}, p_{in}, q_{ip}, q_{in}\}$ est une probabilité p (p_{ip} ou p_{in}) :

$$\begin{aligned} p_{i1} &= \sup\{p_{ip}, p_{in}\}, & q_{i1} &= \inf\{q_{ip}, q_{in}\} \\ p_{i2} &= \inf\{p_{ip}, p_{in}\}, & q_{i2} &= \sup\{q_{ip}, q_{in}\} \end{aligned} \quad (21a)$$

si $\sup\{p_{ip}, p_{in}, q_{ip}, q_{in}\}$ est une probabilité q (q_{ip} ou q_{in}) :

$$\begin{aligned} p_{i1} &= \inf\{p_{ip}, p_{in}\}, & q_{i1} &= \sup\{q_{ip}, q_{in}\} \\ p_{i2} &= \sup\{p_{ip}, p_{in}\}, & q_{i2} &= \inf\{q_{ip}, q_{in}\} \end{aligned} \quad (21b)$$

De plus, si $\sup\{p_{ip}, p_{in}, q_{ip}, q_{in}\} = p_{ip}$ ou q_{ip} , alors c'est la marche aléatoire pertinente qui finit en premier et on a $p_{i1} = p_{ip}$ et $q_{i1} = q_{ip}$. Symétriquement, si $\sup\{p_{ip}, p_{in}, q_{ip}, q_{in}\} = p_{in}$ ou q_{in} , alors c'est la marche aléatoire non pertinente qui finit en premier et on a $p_{i1} = p_{in}$ et $q_{i1} = q_{in}$.

Soit un item IAT comportant l'exemplaire i . Parmi les deux marches aléatoires auxquelles donne lieu cet item, considérons celle qui finit en premier. On note Y_{t_n} la variable aléatoire correspondant à la catégorie sémantique à laquelle appartient l'exemplaire vainqueur de la $n^{\text{ième}}$ course dans cette marche. Cette variable aléatoire admet deux valeurs possibles qu'on pose égales à $+1$ ou -1 (*i.e.*, le pas d'espace de la marche est égal à 1). Par convention, on considère c_G et $-c_D$, a_G et $-a_D$, d'où $P\{Y_{t_n} = 1\} = p_{i1}$ et $P\{Y_{t_n} = -1\} = q_{i1}$ ($p_{i1} + q_{i1} = 1$). Ceci signifie que si l'exemplaire vainqueur de la $n^{\text{ième}}$ course appartient à la CSPL située à

¹⁴ L'approximation réside dans le fait que si la marche aléatoire dont l'une des deux probabilités correspond à la plus grande de l'ensemble $\{p_{ip}, q_{ip}, p_{in}, q_{in}\}$ possède effectivement une probabilité de finir en premier supérieure à celle de l'autre marche aléatoire, ce fait n'est pas systématique. Cette approximation est d'autant meilleure que la différence $|\sup\{p_{ip}, q_{ip}\} - \sup\{p_{in}, q_{in}\}|$ est grande.

gauche alors $Y_{t_n} = 1$, si cet exemplaire appartient à la CSPL située à droite alors $Y_{t_n} = -1$. Soient (Y_{t_n}) ($n \geq 1$) une suite de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées telles que $P\{Y_{t_n} = 1\} = p_{i1}$ et $P\{Y_{t_n} = -1\} = q_{i1}$ ($p_{i1} + q_{i1} = 1$). On pose, pour tout $n \geq 1$, $X_{t_n} = Y_{t_1} + \dots + Y_{t_n}$. (X_{t_n}) ($n \geq 1$) est alors la notation mathématique de cette marche aléatoire finissant en premier. Soient N_1 le nombre de pas que cette marche effectue avant d'atteindre un état absorbant et T_1 le temps d'arrêt de la marche. D'après (2a) et (2b) on a :

si $p_{i1} \neq q_{i1}$:

$$E[N_1 | i] = \frac{\theta}{p_{i1} - q_{i1}} - \frac{2\theta}{p_{i1} - q_{i1}} \left[\frac{1 - \left(\frac{p_{i1}}{q_{i1}}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{p_{i1}}{q_{i1}}\right)^{2\theta}} \right] \quad (22a)$$

si $p_{i1} = q_{i1} = \frac{1}{2}$:

$$E[N_1 | i] = 2\theta \quad (23a)$$

De plus, d'après (3), on a :

$$E[T_1 | i] = E[N_1 | i] E[T_p] \quad (24)$$

avec $E[T_p] = \alpha + \frac{1}{S_{iC_G} + S_{iC_D}}$ si la marche aléatoire finissant en premier correspond à la catégorisation de l'exemplaire i suivant les catégories-cibles, et $E[T_p] = \alpha + \frac{1}{S_{iA_G} + S_{iA_D}}$ si cette marche correspond à la catégorisation de i suivant les catégories-attributs.

Considérons maintenant la marche aléatoire finissant en deuxième. Afin de calculer l'espérance du temps d'arrêt T_2 de cette marche, on décompose celle-ci en deux sous-marches aléatoires, l'une se déroulant pendant l'intervalle de temps $[0, T_1]$, l'autre se déroulant durant l'intervalle de temps $[T_1, T_2]$ ¹⁵. Selon l'hypothèse théorique du biais de réponse, au moment $t = T_1$, l'état absorbant correspondant au seuil d'activation de la catégorie sémantique associée à la modalité de réponse pré-activée à l'issue de la première marche

¹⁵ La propriété de Markov forte garantit la validité mathématique de cette décomposition.

diminue alors que l'état absorbant représentant la catégorie sémantique associée à la modalité de réponse opposée augmente. On opérationnalise mathématiquement l'hypothèse du biais de réponse en posant qu'à $t = T_1$, les états absorbants de la deuxième marche évoluent linéairement dans le temps. La sous-marche aléatoire se déroulant durant l'intervalle de temps $[T_1, T_2]$ présente donc comme spécificité le fait que ses deux états absorbants soient des fonctions linéaires du temps.

On traite mathématiquement cette spécificité de la manière suivante¹⁶. Considérons une marche aléatoire (X_{t_n}) en dimension 1 avec les probabilités p et q (la marche fait un pas vers le haut avec une probabilité p et un pas vers le bas avec une probabilité q), et dont les états absorbants évoluent linéairement dans le temps. On représente graphiquement cette marche aléatoire dans le repère (Ox, Oy) où l'axe Ox représente le temps et l'axe Oy les valeurs de la marche. Soient $d_1 = \theta_1(t)$ et $d_2 = \theta_2(t)$ les droites décrivant l'évolution linéaire des deux états absorbants de cette marche dans le temps. Considérons les droites d_1' et d_2' telles que $d_1' = \theta_1(0)$ et $d_2' = \theta_2(0)$ (ces deux droites sont parallèles à Ox) : les droites $d_1 = \theta_1(t)$ et $d_1' = \theta_1(0)$ d'une part et les droites $d_2 = \theta_2(t)$ et $d_2' = \theta_2(0)$ d'autre part forment un angle β . On démontre que (X_{t_n}) est équivalente à une marche aléatoire (X_{t_n}') en dimension 1 dont les états absorbants sont fixes (égaux à $\theta_1(0)$ et $\theta_2(0)$) et avec les probabilités p' et q' telles que $p' = p - k\beta$ et $q' = q + k\beta$ (si d_1 et d_2 ont une pente positive) ou $p' = p + k\beta$ et $q' = q - k\beta$ (si d_1 et d_2 ont une pente négative). La figure 10 ci-dessous illustre cette équivalence :

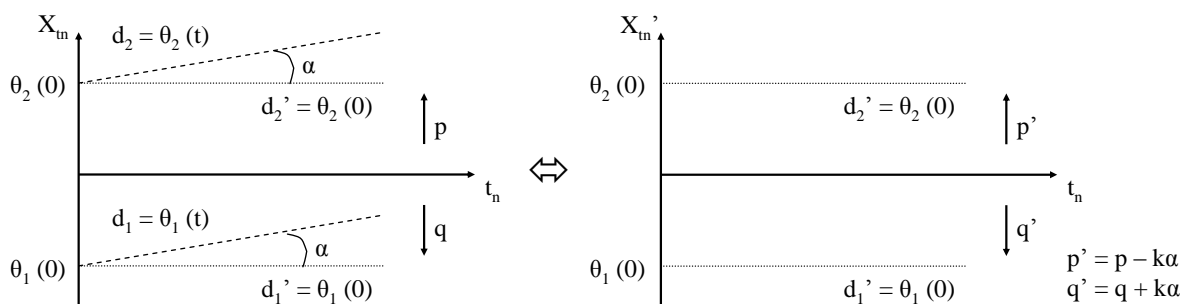


Figure 10. Equivalence de (X_{t_n}) et de (X_{t_n}')

¹⁶ Nous indiquons ici que ce traitement mathématique nous a été suggéré par Mathieu Merle, étudiant en thèse de mathématiques à l'Ecole Normale Supérieure de Paris.

Relativement à l'hypothèse du biais de réponse, la quantité $k\beta$ représente l'intensité du biais de réponse : plus $k\beta$ est grand, plus le biais de réponse est important.

On décompose la marche aléatoire finissant en deuxième de la façon suivante. Considérons dans un premier temps la sous-marche aléatoire se déroulant pendant l'intervalle de temps $[0, T_1]$. On note Y_{t_n}' la variable aléatoire correspondant à la catégorie sémantique à laquelle appartient l'exemplaire vainqueur de la $n^{\text{ième}}$ course dans cette sous-marche. Cette variable aléatoire admet deux valeurs possibles qu'on pose égales à $+1$ ou -1 (*i.e.*, le pas d'espace de la marche est égal à 1). Comme on considère c_G et $-c_D$, a_G et $-a_D$, on a $P\{Y_{t_n}'=1\} = p_{i2}$ et $P\{Y_{t_n}'=-1\} = q_{i2}$ ($p_{i2} + q_{i2} = 1$). Ceci signifie que si l'exemplaire vainqueur de la $n^{\text{ième}}$ course appartient à la CSPL située à gauche alors $Y_{t_n}'=1$, si cet exemplaire appartient à la CSPL située à droite alors $Y_{t_n}'=-1$. Soient (Y_{t_n}') ($n \geq 1$) une suite de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées telles que $P\{Y_{t_n}'=1\} = p_{i2}$ et $P\{Y_{t_n}'=-1\} = q_{i2}$ ($p_{i2} + q_{i2} = 1$). On pose, pour tout $n \geq 1$, $W_{t_n} = Y_{t_1}' + \dots + Y_{t_n}'$. (W_{t_n}) ($n \geq 1$) est alors la notation mathématique de la sous-marche aléatoire se déroulant pendant l'intervalle de temps $[0, T_1]$.

La sous-marche aléatoire se déroulant pendant l'intervalle de temps $[T_1, T_2]$ a une position initiale presque sûrement différente de 0 et cette position initiale est égale à la position de la sous-marche (W_{t_n}) au moment $t = T_1$ (*cf.* figures 11 et 12). Dans les calculs, on considèrera l'espérance $E[W_{T_1}]$ de la position de (W_{t_n}) au moment $t = T_1$. Pour trouver l'expression de cette espérance, on calcule l'espérance de (W_{t_n}) :

$$\begin{aligned} E[W_{t_n}] &= E[Y_{t_1}' + \dots + Y_{t_n}'] \\ &= \sum_{i=1}^n E[Y_{t_i}'] \\ &= nE[Y_{t_1}'] \end{aligned}$$

puisque l'espérance d'une somme de variables aléatoires est égale à la somme de leurs espérances et que les (Y_{t_n}') ($n \geq 1$) ont la même espérance définie par :

$$\begin{aligned}
E[Y_{t_1}'] &= 1 \times P\{Y_{t_1}' = 1\} + (-1) \times P\{Y_{t_1}' = -1\} \\
&= p_{i_2} - (1 - p_{i_2}) \\
&= 2p_{i_2} - 1
\end{aligned}$$

Donc $E[W_{t_n}] = n(2p_{i_2} - 1)$. En particulier, on a :

$$E[W_{t_{N_1}}] = E[W_{T_1}] = N_1(2p_{i_2} - 1) \quad (25)$$

Considérons dans un second temps la sous-marche aléatoire se déroulant durant l'intervalle de temps $[T_1, T_2]$. On note Y_n'' la variable aléatoire correspondant à la catégorie sémantique à laquelle appartient l'exemplaire vainqueur de la $n^{\text{ième}}$ course dans cette sous-marche (les exemplaires participant aux courses à la récupération en mémoire pour cette sous-marche aléatoire sont les mêmes que ceux dans la sous-marche (W_{t_n})). Cette variable aléatoire admet deux valeurs possibles qu'on pose égales à $+1$ ou -1 (*i.e.*, le pas d'espace de la marche est égal à 1). Comme on considère c_G et $-c_D$, a_G et $-a_D$, on a $P\{Y_n'' = 1\} = p_{i_2}'$ et $P\{Y_n'' = -1\} = q_{i_2}'$, avec $p_{i_2}' = p_{i_2} - k\beta$ et $q_{i_2}' = q_{i_2} + k\beta$ ou $p_{i_2}' = p_{i_2} + k\beta$ et $q_{i_2}' = q_{i_2} - k\beta$ ($p_{i_2}' + q_{i_2}' = 1$). Soient (Y_n'') ($n \geq 0$) une suite de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées telles que $P\{Y_n'' = 1\} = p_{i_2}'$ et $P\{Y_n'' = -1\} = q_{i_2}'$ ($p_{i_2}' + q_{i_2}' = 1$). On pose, pour tout $n \geq 0$, $Z_n = Y_0'' + \dots + Y_n''$. (Z_n) ($n \geq 0$) correspond à la sous-marche aléatoire se déroulant durant l'intervalle de temps $[T_1, T_2]$. Contrairement à (X_n) et à (W_{t_n}) , la position initiale de (Z_n) est différente de 0 et on a $Z_0 = Y_0'' = E[W_{t_{N_1}}] = E[W_{T_1}]$. Soient N_2' le nombre de pas que (Z_n) effectue avant d'atteindre un état absorbant et T_2' le temps d'arrêt de (Z_n) , on a :

si $p_{i_2}' \neq q_{i_2}'$:

$$E[N_2' | i] = \frac{\theta - E[W_{T_1}]}{p_{i_2}' - q_{i_2}'} - \frac{2\theta}{p_{i_2}' - q_{i_2}'} \left[\frac{1 - \left(\frac{p_{i_2}'}{q_{i_2}'}\right)^{\theta - E[W_{T_1}]}}{1 - \left(\frac{p_{i_2}'}{q_{i_2}'}\right)^{2\theta}} \right] \quad (22b)$$

si $p_{i_2}' = q_{i_2}'$:

$$E[N_2' | i] = 2\theta \quad (23b)$$

De plus,

$$E[T_2' | i] = E[N_2' | i] E[T_p] \quad (24)$$

avec $E[T_p] = \alpha + \frac{1}{S_{iC_G} + S_{iC_D}}$ si la marche aléatoire finissant en deuxième correspond à la catégorisation de l'exemplaire i suivant les catégories-cibles, et $E[T_p] = \alpha + \frac{1}{S_{iA_G} + S_{iA_D}}$ si cette marche correspond à la catégorisation de i suivant les catégories-attributs.

Remontons une dernière fois au niveau de la marche aléatoire finissant en deuxième. Soit T_2 le temps d'arrêt de cette marche, on a :

$$\begin{aligned} E[T_2 | i] &= E[T_1 | i] + E[T_2' | i] \quad (26) \\ &= E[N_1 | i] \left(\alpha + \frac{1}{S_{iC_G} + S_{iC_D}} \right) + E[N_2' | i] \left(\alpha + \frac{1}{S_{iA_G} + S_{iA_D}} \right) \end{aligned}$$

si la marche aléatoire finissant en premier correspond à la marche aléatoire relative à la catégorisation de l'exemplaire i suivant les catégories-cibles et celle finissant en deuxième à la marche aléatoire relative à la catégorisation de i suivant les catégories-attributs, et :

$$E[T_2 | i] = E[N_1 | i] \left(\alpha + \frac{1}{S_{iA_G} + S_{iA_D}} \right) + E[N_2' | i] \left(\alpha + \frac{1}{S_{iC_G} + S_{iC_D}} \right)$$

si la marche aléatoire finissant en premier est la marche aléatoire relative aux catégories-attributs et celle finissant en deuxième est la marche relative aux catégories-cibles. ←

Les figures 11 et 12 page suivante résumant de façon schématique la phase de catégorisation selon le MDMA relativement à la structure globale du traitement de l'information contenue respectivement dans un item IAT congruent et dans un item IAT incongruent d'un IAT Fleurs vs. Insectes. La figure 11 représente l'allure globale des deux marches aléatoires auxquelles donnent lieu l'item congruent illustré dans la figure 2, la figure 12 représente l'allure globale des deux marches auxquelles donnent lieu l'item incongruent illustré dans la figure 3.

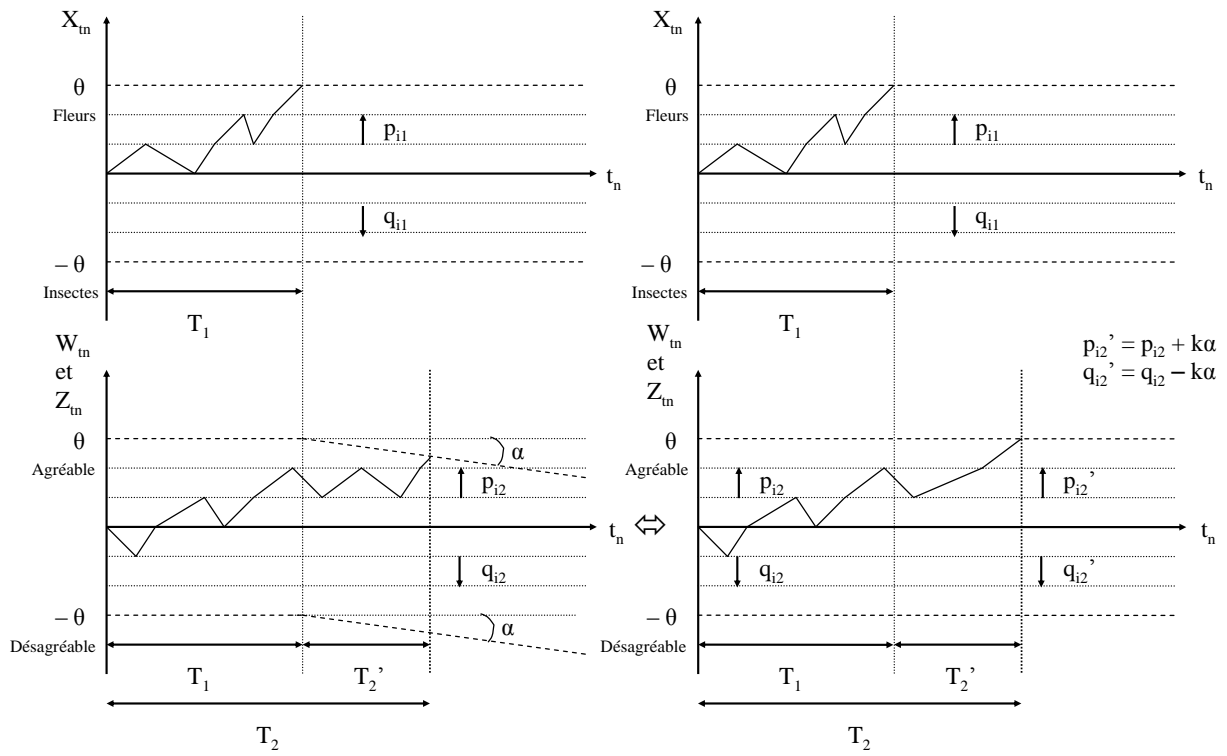


Figure 11. Marches aléatoires pour un item IAT congruent

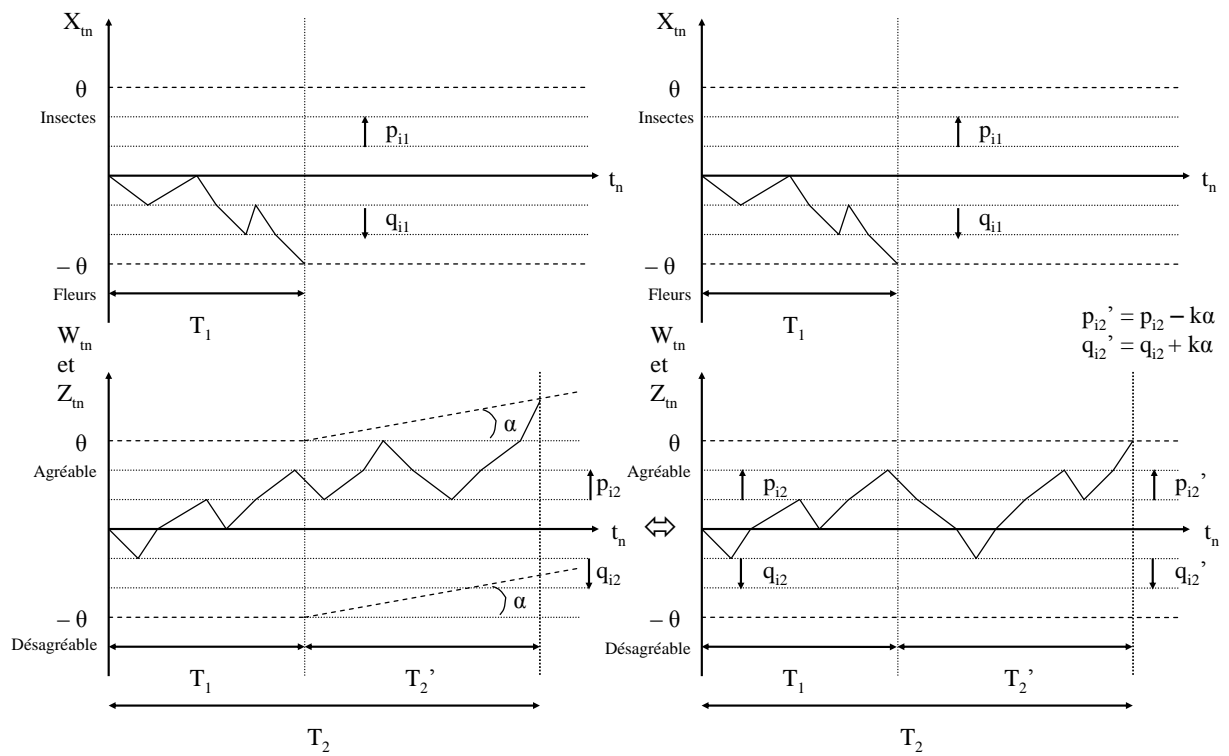


Figure 12. Marches aléatoires pour un item IAT incongruent

Chacune des deux figures 11 et 12 comporte deux niveaux : le premier niveau représente la marche aléatoire finissant en premier (la marche aléatoire relative aux catégories-cibles dans cet exemple) et le deuxième niveau représente la marche aléatoire finissant en deuxième (la marche aléatoire relative aux catégories-attributs). A partir de $t = T_1$, la valeur de l'état absorbant, au niveau de la deuxième marche, représentant la catégorie sémantique qui partage la même modalité spatiale que la catégorie sémantique sur laquelle s'est arrêtée la première marche diminue alors que la valeur de l'état absorbant, au niveau de la deuxième marche, représentant la catégorie sémantique associée à la modalité de réponse opposée augmente (hypothèse du biais de réponse). Dans le cas de l'item congruent, la deuxième marche se dirige vers l'état absorbant dont la valeur diminue, d'où une valeur faible du temps d'arrêt T_2' de (Z_{t_n}) . Dans le cas de l'item incongruent, la deuxième marche se dirige vers l'état absorbant dont la valeur augmente, d'où une valeur plus élevée de T_2' . Pour une valeur constante du temps d'arrêt T_1 de (X_{t_n}) entre ces deux items, la quantité $T_2 = T_1 + T_2'$ est plus grande pour l'item incongruent que pour l'item congruent.

→ Afin de mettre en évidence le caractère opératoire des équations définies, on considère l'application numérique suivante. On compare la durée de la phase de catégorisation (*i.e.*, le temps d'arrêt de la marche aléatoire finissant en deuxième) dans le traitement de l'information contenue dans un item congruent (*cf.* figure 2) et la durée de cette phase dans le traitement de l'information contenue dans un item incongruent (*cf.* figure 3) (cette comparaison est réalisée pour un même sujet)¹⁷. Par souci de simplicité, on se contente de calculer l'espérance du nombre de pas dans les marches aléatoires. Puisque l'exemplaire dans ces deux items est le mot « Tulipe », la marche aléatoire pertinente est la marche relative aux catégories-cibles alors que la marche aléatoire non pertinente est celle qui est relative aux catégories-attributs. On pose pour les deux items $\theta = 3$ et $k\beta = 0,1$. Considérons dans un premier temps la durée de la phase de catégorisation dans le cas de l'item congruent. Soient p_{ip} , p_{in} , q_{ip} et q_{in} telles que $p_{ip} = 0,9$ (le sujet associe fortement l'exemplaire « Tulipe » à la catégorie « Fleurs »), $q_{ip} = 0,1$, $p_{in} = 0,8$ (le sujet associe fortement « Tulipe » à la catégorie « Agréable »), et $q_{in} = 0,2$. On a $\sup\{p_{ip}, p_{in}, q_{ip}, q_{in}\} = p_{ip}$ donc d'après (21a) : $p_{i1} = 0,9$, $q_{i1} = 0,1$, $p_{i2} = 0,8$ et $q_{i2} = 0,2$ (la marche aléatoire pertinente finit en premier). D'après (22a), on a :

¹⁷ Les valeurs numériques calculées n'ont pas d'unité de mesure (*cf.* 5.1.3).

$$E[N_1 | i] = \frac{3}{0,9-0,1} - \frac{6}{0,9-0,1} \left[\frac{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^6} \right]$$

$$= 3,74$$

D'après (25), $E[W_T] = N_1(2p_{i2} - 1) = 3,74(2 \times 0,8 - 1) = 2,244$. De plus,

$p_{i2}' = 0,8 + 0,1 = 0,9$ et $q_{i2}' = 0,2 - 0,1 = 0,1$. D'après (22b), on a :

$$E[N_2' | i] = \frac{3 - 2,244}{0,9 - 0,1} - \frac{6}{0,9 - 0,1} \left[\frac{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^{3-2,244}}{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^6} \right]$$

$$= 0,944$$

D'après (26), on a $E[N_2 | i] = E[N_1 | i] + E[N_2' | i] = 3,74 + 0,944 = 4,684$.

Considérons maintenant la durée de la phase de catégorisation dans le cas de l'item incongruent. p_{ip} , p_{in} , q_{ip} et q_{in} sont telles que $p_{ip} = 0,1$, $q_{ip} = 0,9$, $p_{in} = 0,8$ et $q_{in} = 0,2$.

Comme $\sup\{p_{ip}, p_{in}, q_{ip}, q_{in}\} = q_{ip}$, on a d'après (21b) : $p_{i1} = 0,1$, $q_{i1} = 0,9$, $p_{i2} = 0,8$ et $q_{i2} = 0,2$. D'après (22a), l'espérance du nombre de pas de la marche aléatoire finissant en premier est telle que :

$$E[N_1 | i] = \frac{3}{0,1-0,9} - \frac{6}{0,1-0,9} \left[\frac{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^6} \right]$$

$$= 3,74$$

D'après (25), $E[W_T] = N_1(2p_{i2} - 1) = 3,74(2 \times 0,8 - 1) = 2,244$. De plus,

$p_{i2}' = 0,8 - 0,1 = 0,7$ et $q_{i2}' = 0,2 + 0,1 = 0,3$. D'après (22b), on a :

$$E[N_2' | i] = \frac{3 - 2,244}{0,7 - 0,3} - \frac{6}{0,7 - 0,3} \left[\frac{1 - \left(\frac{0,7}{0,3}\right)^{3-2,244}}{1 - \left(\frac{0,7}{0,3}\right)^6} \right]$$

$$= 1,806$$

D'après (26), on a $E[N_2 | i] = E[N_1 | i] + E[N_2' | i] = 3,74 + 1,806 = 5,546$. En notant $E[T_2 | i]_C$ le temps d'arrêt de la marche aléatoire finissant en deuxième (*i.e.*, la durée de la phase de catégorisation) dans le cas de l'item congruent et $E[T_2 | i]_I$ ce temps d'arrêt dans le cas de l'item incongruent, cet exemple montre qu'à probabilités égales dans les marches aléatoires entre un item congruent et un item incongruent, on a $E[T_2 | i]_I > E[T_2 | i]_C$. ←

4.3.2 Probabilités d'atteinte

Le deuxième aspect formel des marches aléatoires concerne les probabilités d'atteinte et permet dans un cadre de modélisation cognitive de faire des prédictions relatives au taux d'erreurs des sujets dans les différentes conditions que comporte la tâche en question.

→ On considère l'univers $\Omega = \{-\theta, +\theta\}^2$ et les événements suivants :

$$B_1 = \{(X_{T_1} = +\theta, b), b : Z_{T_2} = \pm\theta\}$$

$$B_2 = \{(X_{T_1} = -\theta, b), b : Z_{T_2} = \pm\theta\}$$

$$B_3 = \{(a, Z_{T_2} = +\theta), a : X_{T_1} = \pm\theta\}$$

$$B_4 = \{(a, Z_{T_2} = -\theta), a : X_{T_1} = \pm\theta\}$$

$$B_5 = B_1 \cap B_3 = \{X_{T_1} = +\theta, Z_{T_2} = +\theta\}$$

$$B_6 = B_1 \cap B_4 = \{X_{T_1} = +\theta, Z_{T_2} = -\theta\}$$

$$B_7 = B_2 \cap B_3 = \{X_{T_1} = -\theta, Z_{T_2} = +\theta\}$$

$$B_8 = B_2 \cap B_4 = \{X_{T_1} = -\theta, Z_{T_2} = -\theta\}$$

Les événements B_1 , B_2 , B_3 et B_4 sont des événements élémentaires et les événements B_5 , B_6 , B_7 et B_8 sont des événements composés. La théorie des marches aléatoires permet de calculer les événements élémentaires et la théorie des probabilités permet de calculer les événements composés. B_5 , B_6 , B_7 et B_8 sont tels que $P(B_5) + P(B_6) + P(B_7) + P(B_8) = 1$. D'après (4a) et (5a), on a :

si $p_{i1} \neq q_{i1}$:

$$P(B_1) = P\{X_{T_1} = +\theta\} = \frac{1 - \left(\frac{q_{i1}}{p_{i1}}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{q_{i1}}{p_{i1}}\right)^{2\theta}} \quad (27a)$$

si $p_{i1} = q_{i1}$:

$$\begin{aligned} P(B_1) = P\{X_{T_1} = +\theta\} &= \frac{\theta}{2\theta} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (27b)$$

si $p_{i2}' \neq q_{i2}'$ avec $p_{i2}' = p_{i2} + k\beta$ et $q_{i2}' = q_{i2} - k\beta$ ($p_{i2}' + q_{i2}' = 1$) :

$$P\{B_3 | B_1\} = P\{Z_{T_2} = +\theta\} = \frac{1 - \left(\frac{q_{i2}'}{p_{i2}'}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{q_{i2}'}{p_{i2}'}\right)^{2\theta}} \quad (28a)$$

et si $p_{i2}' = q_{i2}'$:

$$P\{B_3 | B_1\} = P\{Z_{T_2} = +\theta\} = \frac{1}{2} \quad (28b)$$

D'après la formule de la probabilité conditionnelle, on a pour $p_{i1} \neq q_{i1}$ et $p_{i2}' \neq q_{i2}'$ ¹⁸ :

$$\begin{aligned} P(B_5) &= P\{B_1 \cap B_3\} \\ &= P\{B_3 | B_1\} P(B_1) \\ &= \left[\frac{1 - \left(\frac{q_{i2}'}{p_{i2}'}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{q_{i2}'}{p_{i2}'}\right)^{2\theta}} \right] \left[\frac{1 - \left(\frac{q_{i1}}{p_{i1}}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{q_{i1}}{p_{i1}}\right)^{2\theta}} \right] \end{aligned} \quad (29)$$

On définit $P(B_6)$, $P(B_7)$ et $P(B_8)$ de la même façon :

si $p_{i2}' \neq q_{i2}'$ avec $p_{i2}' = p_{i2} + k\beta$ et $q_{i2}' = q_{i2} - k\beta$ ($p_{i2}' + q_{i2}' = 1$) :

¹⁸ Afin de ne pas alourdir le texte, on indique uniquement ce cas – qui correspond au cas le plus probable – sans mentionner les trois autres ($p_{i1} \neq q_{i1}$ et $p_{i2}' = q_{i2}'$, $p_{i1} = q_{i1}$ et $p_{i2}' \neq q_{i2}'$, $p_{i1} = q_{i1}$ et $p_{i2}' = q_{i2}'$).

$$\begin{aligned}
P\{B_4 | B_1\} &= P\{Z_{T_2} = -\theta\} \\
&= 1 - P\{B_3 | B_1\} \\
&= 1 - \left(\frac{1 - \left(\frac{q_{i2}'}{p_{i2}'}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{q_{i2}'}{p_{i2}'}\right)^{2\theta}} \right) \\
&= \frac{1 - \left(\frac{p_{i2}'}{q_{i2}'}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{p_{i2}'}{q_{i2}'}\right)^{2\theta}}
\end{aligned} \tag{30a}$$

et si $p_{i2}' = q_{i2}'$:

$$P\{B_4 | B_1\} = P\{Z_{T_2} = -\theta\} = \frac{1}{2} \tag{30b}$$

D'où, si $p_{i1} \neq q_{i1}$ et $p_{i2}' \neq q_{i2}'$:

$$\begin{aligned}
P(B_6) &= P\{B_1 \cap B_4\} \\
&= P\{B_4 | B_1\} P(B_1) \\
&= \left[\frac{1 - \left(\frac{p_{i2}'}{q_{i2}'}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{p_{i2}'}{q_{i2}'}\right)^{2\theta}} \right] \left[\frac{1 - \left(\frac{q_{i1}}{p_{i1}}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{q_{i1}}{p_{i1}}\right)^{2\theta}} \right]
\end{aligned} \tag{31}$$

On calcule $P(B_2)$ pour trouver l'expression de $P(B_7)$ et $P(B_8)$:

si $p_{i1} \neq q_{i1}$:

$$P(B_2) = P\{X_{T_1} = -\theta\} = \frac{1 - \left(\frac{p_{i1}}{q_{i1}}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{p_{i1}}{q_{i1}}\right)^{2\theta}} \tag{32a}$$

si $p_{i1} = q_{i1}$:

$$P(B_2) = P\{X_{T_1} = -\theta\} = \frac{1}{2} \tag{32b}$$

si $p_{i_2}' \neq q_{i_2}'$ avec $p_{i_2}' = p_{i_2} - k\beta$ et $q_{i_2}' = q_{i_2} + k\beta$ ($p_{i_2}' + q_{i_2}' = 1$) :

$$P\{B_3 | B_2\} = P\{Z_{T_2} = +\theta\} = \frac{1 - \left(\frac{q_{i_2}'}{p_{i_2}'}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{q_{i_2}'}{p_{i_2}'}\right)^{2\theta}} \quad (33a)$$

et si $p_{i_2}' = q_{i_2}'$:

$$P\{B_3 | B_2\} = P\{Z_{T_2} = +\theta\} = \frac{1}{2} \quad (33b)$$

D'où, si $p_{i_1} \neq q_{i_1}$ et $p_{i_2}' \neq q_{i_2}'$:

$$\begin{aligned} P(B_7) &= P\{B_2 \cap B_3\} \\ &= P\{B_3 | B_2\} P(B_2) \\ &= \left[\frac{1 - \left(\frac{q_{i_2}'}{p_{i_2}'}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{q_{i_2}'}{p_{i_2}'}\right)^{2\theta}} \right] \left[\frac{1 - \left(\frac{p_{i_1}}{q_{i_1}}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{p_{i_1}}{q_{i_1}}\right)^{2\theta}} \right] \end{aligned} \quad (34)$$

Enfin, si $p_{i_2}' \neq q_{i_2}'$ avec $p_{i_2}' = p_{i_2} - k\beta$ et $q_{i_2}' = q_{i_2} + k\beta$ ($p_{i_2}' + q_{i_2}' = 1$) :

$$\begin{aligned} P\{B_4 | B_2\} &= P\{Z_{T_2} = -\theta\} \\ &= 1 - P\{B_3 | B_2\} \\ &= 1 - \left(\frac{1 - \left(\frac{q_{i_2}'}{p_{i_2}'}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{q_{i_2}'}{p_{i_2}'}\right)^{2\theta}} \right) \\ &= \frac{1 - \left(\frac{p_{i_2}'}{q_{i_2}'}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{p_{i_2}'}{q_{i_2}'}\right)^{2\theta}} \end{aligned} \quad (35a)$$

et si $p_{i_2}' = q_{i_2}'$:

$$P\{B_4 | B_2\} = P\{Z_{T_2} = -\theta\} = \frac{1}{2} \quad (35b)$$

D'où, si $p_{i_1} \neq q_{i_1}$ et $p_{i_2}' \neq q_{i_2}'$:

$$\begin{aligned}
P(B_8) &= P\{B_2 \cap B_4\} \\
&= P\{B_4 | B_2\} P(B_2) \\
&= \left[\frac{1 - \left(\frac{P_{i2}}{q_{i2}}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{P_{i2}}{q_{i2}}\right)^{2\theta}} \right] \left[\frac{1 - \left(\frac{P_{i1}}{q_{i1}}\right)^\theta}{1 - \left(\frac{P_{i1}}{q_{i1}}\right)^{2\theta}} \right] \quad (36)
\end{aligned}$$

←

Etant donnés un item IAT et un sujet, et connaissant les probabilités $P(B_5)$, $P(B_6)$, $P(B_7)$ et $P(B_8)$, on cherche l'expression de la probabilité que le sujet produise la réponse correcte à cet item. L'IAT est une tâche admettant deux modalités de réponse, et on note $P(G)$ la probabilité que le sujet appuie sur la touche située sur la gauche du clavier (*i.e.*, la modalité de réponse caractérisée par la modalité spatiale Gauche) et $P(D)$ la probabilité que le sujet appuie sur la touche située sur la droite du clavier (*i.e.*, la modalité de réponse caractérisée par la modalité spatiale Droite). Pour un item IAT donné comportant l'exemplaire i , la réponse correcte dépend de la modalité spatiale qui caractérise la CSPL pertinente à laquelle appartient i (*e.g.*, si i appartient à la CSPL pertinente située à gauche, la réponse correcte correspond à l'appui sur la touche située sur la gauche du clavier). Pour calculer la probabilité $P(G)$ que le sujet appuie sur la touche située sur la gauche du clavier en réponse à cet item, on définit les probabilités conditionnelles $P\{G|B_5\}$, $P\{G|B_6\}$, $P\{G|B_7\}$ et $P\{G|B_8\}$ sachant que comme on considère c_G et $-c_D$, a_G et $-a_D$, $+\theta$ est l'état absorbant associé à la modalité spatiale Gauche et $-\theta$ est l'état absorbant associé à la modalité spatiale Droite¹⁹. D'après la loi de la probabilité totale, on a :

$$P(G) = \sum_{j=5}^8 P\{G|B_j\}P(B_j) \quad (37a)$$

De plus, pour tout $5 \leq j \leq 8$, $P\{D|B_j\} = 1 - P\{G|B_j\}$, la probabilité $P(D)$ que le sujet appuie sur la touche située sur la droite du clavier en réponse à l'item étant définie ainsi :

$$P(D) = \sum_{j=5}^8 P\{D|B_j\}P(B_j) \quad (37b)$$

$$= 1 - P(G) \quad (38)$$

¹⁹ Les probabilités $P\{G|B_5\}$, $P\{G|B_6\}$, $P\{G|B_7\}$ et $P\{G|B_8\}$ ne peuvent pas être déduites par le calcul, ce sont des paramètres.

Si la CSPL pertinente à laquelle appartient i se situe sur la gauche de l'écran, alors $P(G)$ est la probabilité que le sujet produise la réponse correcte alors que $P(D)$ est la probabilité que le sujet commette une erreur, et inversement.

→ Considérons l'exemple numérique suivant basé sur les mêmes valeurs que celles utilisées dans l'exemple concernant les temps d'arrêt ($\theta=3$ et $k\beta=0,1$). Pour l'item congruent, $p_{i1}=0,9$, $q_{i1}=0,1$, $p_{i2}=0,8$, $q_{i2}=0,2$, $p_{i2}'=0,8\pm 0,1$ et $q_{i2}'=0,2\pm 0,1$. On a :

$$P(B_5) = \frac{\left[\frac{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^6} \right] \left[\frac{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^6} \right]}{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^6} = 0,99726$$

$$P(B_6) = \frac{\left[\frac{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^6} \right] \left[\frac{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^6} \right]}{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^6} = 0,00137$$

$$P(B_7) = \frac{\left[\frac{1 - \left(\frac{0,7}{0,3}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,7}{0,3}\right)^6} \right] \left[\frac{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^6} \right]}{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^6} = 0,00010$$

$$P(B_8) = \frac{\left[\frac{1 - \left(\frac{0,3}{0,7}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,3}{0,7}\right)^6} \right] \left[\frac{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^6} \right]}{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^6} = 0,00127$$

On a bien $P(B_5) + P(B_6) + P(B_7) + P(B_8) = 0,99726 + 0,00137 + 0,00010 + 0,00127 = 1$. En posant de façon arbitraire $P\{G|B_5\} = 0,99$, $P\{G|B_6\} = 0,8$, $P\{G|B_7\} = 0,2$ et $P\{G|B_8\} = 0,01$ ($+\theta$: modalité spatiale Gauche, $-\theta$: modalité spatiale Droite), il vient :

$$P(G) = \sum_{j=5}^8 P\{G | B_j\}P(B_j)$$

$$= 0,99 \times 0,99726 + 0,8 \times 0,00137 + 0,2 \times 0,00010 + 0,01 \times 0,00127$$

$$= 0,98842$$

et :

$$P(D) = 1 - P(G)$$

$$= 1 - 0,98842 = 0,01159$$

Ces valeurs numériques signifient que pour cet item congruent, le sujet a une probabilité de 0,988416 d'appuyer sur la touche située sur la gauche du clavier – cette réponse correspondant à la réponse correcte – et une probabilité de 0,01159 d'appuyer sur la touche située sur la droite du clavier – cette réponse correspondant à une erreur.

Considérons maintenant les valeurs des probabilités d'atteinte dans le cas de l'item incongruent. Pour cet item, $p_{i1} = 0,1$, $q_{i1} = 0,9$, $p_{i2} = 0,8$, $q_{i2} = 0,2$, $p_{i2}' = 0,8 \pm 0,1$ et $q_{i2}' = 0,2 \pm 0,1$. On a :

$$P(B_5) = \left[\frac{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^6} \right] \left[\frac{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^6} \right]$$

$$= 0,00137$$

$$P(B_6) = \left[\frac{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^6} \right] \left[\frac{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,9}{0,1}\right)^6} \right]$$

$$= 2 \times 10^{-6}$$

$$P(B_7) = \left[\frac{1 - \left(\frac{0,3}{0,7}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,3}{0,7}\right)^6} \right] \left[\frac{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^6} \right]$$

$$= 0,92576$$

$$P(B_8) = \frac{\left[\frac{1 - \left(\frac{0,7}{0,3}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,7}{0,3}\right)^6} \right] \left[\frac{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^3}{1 - \left(\frac{0,1}{0,9}\right)^6} \right]}{1 - \left(\frac{0,7}{0,3}\right)^6} = 0,07287$$

On a bien $P(B_5) + P(B_6) + P(B_7) + P(B_8) = 0,00137 + 2 \times 10^{-6} + 0,92576 + 0,07287 = 1$.

Comme pour tout $5 \leq j \leq 8$, $P\{D | B_j\} = 1 - P\{G | B_j\}$, $P\{D | B_5\} = 0,01$, $P\{R | B_6\} = 0,2$, $P\{R | B_7\} = 0,8$ et $P\{R | B_8\} = 0,99$. D'où :

$$P(D) = \sum_{j=5}^8 P\{D | B_j\} P(B_j)$$

$$P(D) = 0,01 \times 0,00137 + 0,2 \times 2 \times 10^{-6} + 0,8 \times 0,92576 + 0,99 \times 0,07287 = 0,81276$$

et :

$$P(G) = 1 - P(D) = 1 - 0,81276 = 0,18724$$

Pour cet item incongruent, le sujet a une probabilité de 0,81276 d'appuyer sur la touche située sur la droite du clavier et de produire ainsi la réponse correcte, et une probabilité de 0,18724 d'appuyer sur la touche située sur la gauche du clavier, commettant alors une erreur. Cet exemple montre qu'à probabilités égales dans les marches aléatoires entre un item congruent et un item incongruent, le sujet a une probabilité plus grande de faire une erreur dans le second type d'item que dans le premier. ←

Dans cette partie 4.3, nous avons défini rigoureusement le formalisme du MDMA sur la base des équations générales des marches aléatoires définies en 4.1 et du cadre conceptuel du MDMA défini en 4.2. Ce travail de formalisation mathématique a abouti à la formulation des équations relatives aux temps d'arrêt et aux probabilités d'atteinte pour les marches aléatoires caractéristiques du MDMA. En assignant une valeur numérique aux variables et aux paramètres dans ces équations, il devient possible de calculer les prédictions par rapport aux temps de réponse et aux taux d'erreurs observés dans une tâche IAT.

4.4 Interprétation de l'effet IAT et validité de la tâche dans le cadre du MDMA

Cette partie 4.4 correspond à la mise œuvre du couplage entre l'approche cognitive et l'approche psychométrique de l'IAT, couplage d'approches dont on a montré la pertinence lors de la présentation de la problématique de la recherche, et qui a pour objectif l'étude fine de la validité de la tâche d'un point de vue intra-concept. Disposant d'un modèle théorique précis du processus cognitif sous-jacent à l'IAT, examinons maintenant la validité de cette tâche au travers de ce modèle.

Relativement à la structure globale du traitement de l'information impliqué dans l'IAT et dans le cadre du MDMA, la différence de temps de réponse entre les items congruents et les items incongruents (effet IAT) est d'une part due au fait que la durée de la phase de catégorisation est plus longue pour le second type d'items que pour le premier, et d'autre part au fait qu'il se produit un phénomène de compétition au niveau de la réponse pour le second type d'items alors que ce phénomène est absent pour les items congruents. Sur la base de ce modèle et pour une tâche IAT donnée, on étudie l'effet IAT au niveau individuel en comparant les temps de réponse à un item congruent et à un item incongruent dont l'exemplaire appartient à la même catégorie sémantique (les probabilités p_{i1} , q_{i1} , p_{i2} et q_{i2} étant approximativement les mêmes dans les marches aléatoires générées par l'item congruent et celles générées par l'item incongruent). L'effet IAT correspond alors théoriquement à la quantité $(E[T_2 | i]_I + \delta) - E[T_2 | i]_C$ où δ désigne la durée de la phase de compétition au niveau de la réponse²⁰. Interpréter l'effet IAT dans le cadre du MDMA, c'est interpréter psychologiquement la quantité $(E[T_2 | i]_I + \delta) - E[T_2 | i]_C$.

La question de l'interprétation de l'effet IAT est intrinsèquement liée à celle de la validité de la tâche. En effet, l'interprétation psychologique de l'effet IAT renvoie à l'identification des variables psychologiques correspondant aux sources de variation de cet effet. Or, d'un point de vue psychométrique, étudier la validité version intra-concept d'une tâche relativement à laquelle on définit une variable manifeste – opérationnalisant un construit psychologique – sur la base de l'une des variables dépendantes qui lui sont associées, c'est étudier les sources de variation de la variable manifeste (Dickes *et al.*, 1994). Dans ce cadre de validation intra-

²⁰ En supposant que δ est une constante, on pourra négliger ce terme dans les comparaisons de l'effet IAT dans différents contextes que l'on effectue dans la suite, afin de déterminer les sources de variation de cet effet.

concept, on dit qu'une tâche produisant une mesure est valide si et seulement si les variations de la variable manifeste correspondante sont dues aux variations de la variable latente que l'on souhaite mesurer, et à ces variations uniquement. Dans cette partie, on étudie donc les sources de variations de l'effet IAT du point de vue du MDMA, c'est-à-dire de la quantité $(E[T_2 | i]_I + \delta) - E[T_2 | i]_C$. Si cette quantité admet une seule source de variation correspondant au construit que l'IAT est censé mesurer (*i.e.*, les forces d'association entre les catégories-cibles et les catégories-attributs), on dira alors que l'IAT est une tâche valide, dans le cas contraire, on sera amené à conclure au manque de validité de la tâche.

Par souci de simplicité, on considère l'espérance du nombre de pas dans les marches aléatoires plutôt que l'espérance du temps d'arrêt, cette simplification demeurant une approximation acceptable. En outre, comme indiqué ci-dessus, on néglige la quantité δ . La quantité considérée est donc $E[N_2 | i]_I - E[N_2 | i]_C$. Afin de déterminer les différentes sources de variation de cette quantité, on étudie quatre exemples numériques en prenant l'item illustré dans la figure 2 comme item congruent et l'item illustré dans la figure 3 comme item incongruent. Le tableau 3 ci-dessous définit ces quatre cas numériques :

	θ	$k\beta$	p_{i1}	q_{i1}	p_{i2}	q_{i2}	p_{i2}'	q_{i2}'	$E[N_2 i]_I - E[N_2 i]_C$	
cas 1	<i>item congruent</i>	3	0,1	0,9	0,1	0,8	0,2	0,9	0,1	0,862
	<i>item incongruent</i>	3	0,1	0,1	0,9	0,8	0,2	0,7	0,3	
cas 2	<i>item congruent</i>	3	0,1	0,8	0,2	0,8	0,2	0,9	0,1	0,11
	<i>item incongruent</i>	3	0,1	0,2	0,8	0,8	0,2	0,7	0,3	
cas 3	<i>item congruent</i>	3	0,1	0,9	0,1	0,7	0,3	0,8	0,2	2,605
	<i>item incongruent</i>	3	0,1	0,1	0,9	0,7	0,3	0,6	0,4	
cas 4	<i>item congruent</i>	3	0,05	0,9	0,1	0,8	0,2	0,85	0,15	0,41
	<i>item incongruent</i>	3	0,05	0,1	0,9	0,8	0,2	0,75	0,25	

Tableau 3. Sources de variation de $E[N_2 | i]_I - E[N_2 | i]_C$.

La comparaison du cas 1 et du cas 2 renseigne sur l'influence de la variation des probabilités dans la marche aléatoire finissant en premier (*i.e.*, les forces d'association entre l'exemplaire et les deux catégories sémantiques relatives à cette marche) sur la quantité

$E[N_2 | i]_I - E[N_2 | i]_C$, la comparaison du cas 1 et du cas 3 renseigne sur l'influence d'une variation des probabilités dans la marche aléatoire finissant en deuxième sur la quantité $E[N_2 | i]_I - E[N_2 | i]_C$, et la comparaison du cas 1 et du cas 4 renseigne sur l'influence d'une variation du biais de réponse $k\beta$ sur cette quantité. On constate que celle-ci est sensible à ces trois sources de variation. Le sens de la variation de $E[N_2 | i]_I - E[N_2 | i]_C$ dans chaque cas est mathématiquement intuitif. D'un point de vue psychologique, ceci signifie que l'effet IAT observé pour une paire item congruent/item incongruent comportant un exemplaire appartenant à la même catégorie sémantique est sensible : premièrement aux forces d'association entre l'exemplaire et les catégories-cibles, deuxièmement aux forces d'association entre l'exemplaire et les catégories-attributs, et troisièmement au biais de réponse. Sur la base du MDMA, on est donc enclin à conclure à un manque de validité de l'IAT (d'un point de vue intra-concept). En fait, cette conclusion découle de la structure même du modèle et de ses hypothèses fondamentales. En effet, dans sa description du traitement de l'information au niveau de la phase de catégorisation, le MDMA fait notamment intervenir les forces d'association entre l'exemplaire et les catégories sémantiques, mais à aucun moment ce modèle fait intervenir les forces d'association entre les catégories sémantiques elles-mêmes. C'est donc l'essence même du MDMA qui fait qu'au travers de ce modèle, les forces d'association entre catégories ne constituent pas une source de variation de l'effet IAT.

Enfin, on notera que le formalisme du MDMA génère un cas remarquable. En effet, en prenant comme items congruent et incongruent les items illustrés par les figures 2 et 3, pour $\theta = 3$ et $k\beta = 0,1$, prenons dans le cas de l'item congruent $p_{i1} = 0,9$, $q_{i1} = 0,1$ (*i.e.*, le sujet associe l'exemplaire « Tulipe » beaucoup plus fortement à la catégorie-cible « Fleurs » qu'à la catégorie « Insectes »), $p_{i2} = 0,55$, $q_{i2} = 0,45$ (*i.e.*, le sujet associe l'exemplaire « Tulipe » quasiment autant à la catégorie-attribut « Agréable » qu'à l'autre catégorie-attribut « Désagréable »). On a $p_{i2}' = 0,55 + 0,1 = 0,65$ et $q_{i2}' = 0,45 - 0,1 = 0,35$. Pour cet item, le sujet va catégoriser l'exemplaire « Tulipe » dans la catégorie « Agréable » avec une probabilité de 0,86. Dans le cas de l'item incongruent, on a $p_{i1} = 0,1$, $q_{i1} = 0,9$, $p_{i2} = 0,55$, $q_{i2} = 0,45$, $p_{i2}' = 0,55 - 0,1 = 0,45$ et $q_{i2}' = 0,45 + 0,1 = 0,55$. Ici, le (même) sujet a une probabilité de 0,65 de catégoriser l'exemplaire « Tulipe » dans la catégorie « Désagréable ». Autrement dit, lorsque les deux probabilités de la marche aléatoire finissant en deuxième sont

proches, le biais de réponse peut inverser le rapport entre ces deux probabilités. Si dans un tel cas de figure la marche aléatoire finissant en deuxième correspond à la marche aléatoire pertinente, alors le sujet a une probabilité plus grande de produire une réponse erronée que de produire la réponse correcte. On remarquera cependant que ce cas de figure est très rare puisqu'en général, la différence $|p_{ip} - q_{ip}|$ est grande (*e.g.*, la majorité des sujets associent l'exemplaire « Tulipe » beaucoup plus fortement à la catégorie « Fleurs » qu'à la catégorie « Insectes »), ce qui signifie que l'une des deux probabilités p_{ip} ou q_{ip} est grande. Par conséquent, le cas de figure le plus fréquent est celui où $\sup\{p_{ip}, p_{in}, q_{ip}, q_{in}\} = p_{ip}$ ou q_{ip} , et dans ce cas, c'est la marche aléatoire pertinente qui finit en premier. Dès lors, le cas de figure remarquable discuté ci-dessus ne débouche plus sur une erreur de la part du sujet puisque la marche aléatoire dont le rapport entre les probabilités s'inverse à $t = T_1$ est la marche aléatoire non pertinente.

Dans cette partie 4.4, nous avons couplé l'approche cognitive et l'approche psychométrique de l'IAT dans le but d'étudier la validité de cette tâche dans une perspective intra-concept. La nature quantitative du MDMA nous a en effet permis d'identifier et d'examiner l'influence des sources de variation latentes de l'effet IAT. Ce couplage d'approches nous a amené à conclure à un manque de validité de la tâche.

Références bibliographiques

Alexandre, F. (1997). *Intelligence Neuromimétique*. Habilitation à diriger des recherches, Université Henri Poincaré, Nancy 1.

Ashby, F. G. (1983). A biased random-walk model for two choice reaction times. *Journal of mathematical psychology*, 27, 277-297.

Blaison, C., Chassard, D., Kop, J.-L., & Gana, K. (2006). L'IAT ou la mesure des cognitions sociales implicites. Revue critique de la validité et des fondements théoriques des scores qu'il produit. *L'Année psychologique*, 106.

Brendl C.M., Markman A.B., Messner C. (2001). How do indirect measures of evaluation work ? Evaluating the inference of prejudice in the Implicit Association Test. *Journal of Personality and Social Psychology*, 81, 760-773.

Byrne, M.D., & Anderson, J.R. (2001). Serial modules in parallel : the Psychological Refractory Period and Perfect Time-Sharing. *Psychological Review*, 108, 847-869.

Chassard, D., & Kop, J.-L. (2003). Des processus automatiques d'évaluation à la mesure des différences individuelles : l'essor des mesures indirectes. In A. Vom Hofe, H. Charvin, J.-L. Bernaud & D. Guédon (Dir.), *Psychologie différentielle : recherches et réflexions* (pp. 77-81). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

Chown, E. (2004). Cognitive modeling. In A. Tucker (Ed.), *Computer science handbook* (pp. 691-704). London : Chapman & Hall.

De Houwer, J. (2003a). A structural analysis of indirect measures of attitudes. In J. Musch & K.C. Klauer (Eds.), *The psychology of evaluation: affective processes in cognition and emotion* (pp. 219-244). Mahwah: Lawrence Erlbaum.

De Houwer J. (2003b). The Extrinsic Affective Simon Task. *Experimental Psychology*, 50, 77-85.

De Houwer J. (2001). A structural and process analysis of the Implicit Association Test. *Journal of Experimental Social Psychology*, 37, 443-451.

De Houwer J., Geldof T., De Bruycker E. (2005, sous presse). The Implicit Association Test as a general measure of similarity. *Canadian Journal of Experimental Psychology*.

Dickes, P., Tournois, J., Flieller, A., & Kop, J.-L. (1994). *La psychométrie : théories et méthodes de la mesure en psychologie*. Paris : PUF.

Fazio R.H., Olson M.A. (2003). Implicit measures in social cognition research : Their meaning and use. *Annual Review of Psychology*, 54, 297-327.

Fazio, R.H., Sanbonmatsu, D.M., Powell, M.C., & Kardes, F.R. (1986). On the automatic activation of attitudes. *Journal of Personality and Social Psychology*, 50, 229-238.

Foata, D., & Fuchs, A. (2004). *Processus stochastiques*. Paris : Dunod.

Garner, W. R. (1974). *The processing of information and structure*. New-York : Wiley.

Greenwald, A. G., McGhee, D. E., & Schwartz, J. L. (1998). Measuring individual differences in implicit cognition: The implicit association test. *Journal of Personality and Social Psychology*, 74, 1464-1480.

Greenwald, A. G., Banaji, M. R., Rudman, L. A., Farnham, S. D., Nosek, B. A., & Mellott, D. S. (2002). A unified theory of implicit attitudes, stereotypes, self-esteem, and self-concept. *Psychological Review*, 109, 3-25.

Greenwald A.G., Farnham S.D. (2000). Using the implicit association test to measure self-esteem and self-concept. *Journal of Personality and Social Psychology*, 79, 1022-1038.

Greenwald A.G., Banaji M.R. (1995) Implicit social cognition : Attitudes, self-esteem, and stereotypes. *Psychological Review*, 102, 4-27.

Karpinski A. (2004, soumis) Associative strength measures of attitudes : a comparison of the Single Category Association Test to the Implicit Association Test.

Kop, J.-L., & Chassard, D. (2005). La falsification des réponses dans l'évaluation de la personnalité : une solution du côté des mesures indirectes ? *Psychologie du Travail et des Organisations*, 11, 15-23.

Luce, R. D. (1995). Four tensions concerning mathematical modeling in psychology. *Annual Review of Psychology*, 46, 1-26.

Mazliak, L. (2006). Markov et ses chaînes. *Pour la Science*, 340, 12-15.

Mierke J., Klauer K.C. (2001). Implicit association measurement with IAT: Evidence for effects of executive control processes. *Zeitschrift für Experimentelle Psychologie*, 48, 107-192.

Miller, J., & Alderton, M. (2006). Backward response-level crosstalk in the psychological refractory period paradigm. *Journal of Experimental Psychology : Human Perception and Performance*, 32, 149-165.

Nadeau, R. (1999). *Vocabulaire technique et analytique de l'épistémologie*. Paris : PUF.

Nosek B.A., Banaji M.R. (2001). The go/no go association task. *Social Cognition*, 19, 625-664.

Nosofsky, R. M., & Palmeri, T. J. (1997). An exemplar-based random walk model of speeded classification. *Psychological Review*, 104, 266-300.

Rothermund K., Wentura D. (2004). Underlying processes in the Implicit Association Test (IAT): Dissociating salience from association. *Journal of Experimental Psychology: General*, 133, 139-165.

Rouder, J. N., & Ratcliff, R. (2004). Comparing categorizations models. *Journal of Experimental Psychology :General*, 133, 63-82.

Saint-Raymond, L. (2004). Le comportement des gaz : d'une limite à l'autre. *Pour la Science*, 324, 52-59.

Schneider, D. W., & Logan, G. D. (2005). Modeling switching task without switching tasks : a short-term priming account of explicitly cued performance. *Journal of Experimental Psychology :General*, 134, 343-367.

Schouten, J. F., & Bekker, J. A. M. (1967). Reaction time and accuracy. *Acta Psychologica*, 27, 143-153.

Singh, S. (2005). *Le roman du Big Bang*. Paris : Lattès.

Smith, P. L. (2000). Stochastic dynamic models of response time and accuracy : a foundational primer. *Journal of mathematical psychology*, 44, 408-463.

Stroop, J. R. (1935). Studies of interference in serial verbal reactions. *Journal of experimental psychology*, 18, 634-662.

Temam, R. (2005). Equations de Navier-Stokes : le coeur intime des tourbillons. *Les Dossiers de La Recherche*, 20, 42-47.

Townsend J. T., & Ashby, F. G. (1983). *The stochastic modeling of elementary psychological processes*. Cambridge, UK : Cambridge University Press.

Wickelgren, W. A. (1977). Speed-accuracy tradeoff and information processing dynamics. *Acta Psychologica*, 41, 67-85.

Wickens, T. D. (1998). On the form of the retention function : comment on Rubin and Wenzel (1996) : a quantitative description of retention. *Psychological Review*, 105, 379-386.

Zhang, J., & Chang, M. (2005). A bayesian random walk model of choice reaction times under prior knowledge of target onset uncertainty. *Journal of mathematical psychology*, 49, 242-257.

Index thématique des définitions notionnelles

Implicit Association Test (IAT) :

item IAT congruent : item d'une tâche IAT dans lequel chacune des deux associations catégorie-cible/catégorie-attribut correspond à une association congruente avec l'organisation de l'information en mémoire

item IAT incongruent : item d'une tâche IAT dans lequel chacune des deux associations catégorie-cible/catégorie-attribut correspond à une association non congruente avec l'organisation de l'information en mémoire

bloc compatible : ensemble des items congruents d'une tâche IAT

bloc incompatible : ensemble des items incongruents d'une tâche IAT

effet IAT : différence entre le temps de réponse moyen aux items du bloc incompatible et le temps de réponse moyen aux items du bloc compatible d'une tâche IAT

interprétation traditionnelle de l'effet IAT : interprétation conceptuelle selon laquelle l'effet IAT est dû à une différence de forces d'association entre les catégories-cibles et les catégories-attributs entre les items congruents et les items incongruents

Marche aléatoire :

marche aléatoire : processus stochastique particulier permettant de décrire les propriétés d'un phénomène aléatoire évoluant dans le temps

état absorbant : valeur donnée de la marche aléatoire telle que celle-ci s'arrête lorsqu'elle prend cette valeur

pas d'espace : différence entre la valeur de la marche aléatoire au temps t_n et sa valeur au temps t_{n-1}

pas de temps : la valeur du $n^{\text{ième}}$ pas de temps d'une marche aléatoire correspond à la durée de la $n^{\text{ième}}$ expérience aléatoire associée à cette marche. Le pas de temps d'une marche aléatoire est aléatoire lorsque la durée de l'expérience aléatoire qui lui est associée est elle-même une variable aléatoire

temps d'arrêt : temps au bout duquel une marche aléatoire avec états absorbants atteint l'un de ces états absorbants

probabilité d'atteinte : probabilité qu'une marche aléatoire atteigne un état absorbant donné

Modèle de la double marche aléatoire (MDMA) :

hypothèse de la double marche aléatoire : hypothèse théorique selon laquelle un item IAT donne lieu, au niveau de la phase de catégorisation dans le traitement cognitif global sous-jacent à la tâche, à deux marches aléatoires, l'une relative aux catégories-cibles, l'autre relative aux catégories-attributs

hypothèse du biais de réponse : hypothèse théorique selon laquelle un biais au niveau des états absorbants de la marche aléatoire finissant en deuxième apparaît au moment où la première marche aléatoire à finir s'arrête. Ce biais est en faveur de la catégorie sémantique associée à la même modalité de réponse que la catégorie sémantique activée par la marche aléatoire ayant fini en premier

catégorie sémantique physiquement localisée : catégorie correspondant à l'association d'une catégorie sémantique (*i.e.*, information sémantique) et d'une modalité spatiale (*i.e.*, information spatiale)

marche aléatoire pertinente : marche aléatoire relative aux catégories sémantiques pertinentes d'un item IAT

marche aléatoire non pertinente : marche aléatoire relative aux catégories sémantiques non pertinentes d'un item IAT

Tableau des symboles et des abréviations

<i>symbole/abréviation</i>	<i>signification</i>
IAT	Implicit Association Test
MDMA	Modèle de la Double Marche Aléatoire
EBRW	modèle Exemplar-Based Random Walk
CSPL	Catégorie Sémantique Physiquement Localisée
$(X_{t_n}) (n \geq 0)$	marche aléatoire telle que, pour tout $(n \geq 0)$, $X_{t_n} = Y_{t_0} + Y_{t_1} + \dots + Y_{t_n}$ où Y_{t_n} est une variable aléatoire dont la distribution est telle que $P\{Y_{t_n} = 1\} = p$ et $P\{Y_{t_n} = -1\} = q$ ($p + q = 1$)
d_{ij}	distance psychologique entre l'exemplaire i et l'exemplaire j
w_m	poids attentionnel alloué à la dimension m dans l'espace psychologique
η_{ij}	similarité entre l'exemplaire i et l'exemplaire j
a_{ij}	degré d'activation de l'exemplaire j au moment où l'item comportant l'exemplaire i est présenté
M_j	force d'activation en mémoire de l'exemplaire j au moment où l'item comportant l'exemplaire i est présenté
c	paramètre de sensibilité dans la transformation des distances psychologiques d_{ij} en mesures de similarité η_{ij}
α	constante de pas de temps
$E[T_p]$	espérance du pas de temps d'une marche aléatoire
$E[t_w]$	espérance du temps de course de l'exemplaire vainqueur de la course à la récupération en mémoire
$E[N_1 i]$	espérance du nombre de pas de la marche aléatoire à finir en premier pour l'item IAT comportant l'exemplaire i
$E[T_1 i]$	espérance du temps d'arrêt de la marche aléatoire à finir en premier pour l'item IAT comportant l'exemplaire i
$E[N_2 i]$	espérance du nombre de pas de la sous-marche aléatoire se déroulant durant l'intervalle de temps $[T_1, T_2]$

$E[T_2' i]$	espérance du temps d'arrêt de la sous-marche aléatoire se déroulant durant l'intervalle de temps $[T_1, T_2]$
$E[N_2 i]$	espérance du nombre de pas de la marche aléatoire à finir en deuxième pour l'item IAT comportant l'exemplaire i
$E[T_2 i]$	espérance du temps d'arrêt de la marche aléatoire à finir en deuxième pour l'item IAT comportant l'exemplaire i
$E[T_2 i]_c$	espérance du temps d'arrêt de la marche aléatoire à finir en deuxième pour l'item IAT congruent comportant l'exemplaire i
$E[T_2 i]_l$	espérance du temps d'arrêt de la marche aléatoire à finir en deuxième pour l'item IAT incongruent comportant l'exemplaire i
C_G	CSPL-cible située sur la gauche de l'écran
C_D	CSPL-cible située sur la droite de l'écran
A_G	CSPL-attribut située sur la gauche de l'écran
A_D	CSPL-attribut située sur la droite de l'écran
c_G	état absorbant associé à la CSPL-cible Gauche
c_D	état absorbant associé à la CSPL-cible Droite
a_G	état absorbant associé à la CSPL-attribut Gauche
a_D	état absorbant associé à la CSPL-attribut Droite
θ	valeur des états absorbants c_G , c_D , a_G , et a_D
$k\beta$	biais de réponse
p_{ip}	probabilité que la marche aléatoire pertinente fasse un pas en direction de la catégorie pertinente située sur la gauche de l'écran
q_{ip}	probabilité que cette marche fasse un pas en direction de la catégorie pertinente située sur la droite de l'écran ($p_{ip} + q_{ip} = 1$)
p_{in}	probabilité que la marche aléatoire non pertinente fasse un pas en direction de la catégorie non pertinente située sur la gauche de l'écran
q_{in}	probabilité que cette marche fasse un pas en direction de la catégorie non pertinente située sur la droite de l'écran ($p_{in} + q_{in} = 1$)
p_{i1}	probabilité que la marche aléatoire finissant en premier fasse un pas en direction de la CSPL Gauche

q_{i1}	probabilité que la marche aléatoire finissant en premier fasse un pas en direction de la CSPL Droite
p_{i2}	probabilité que la marche aléatoire finissant en deuxième fasse un pas en direction de la CSPL Gauche
q_{i2}	probabilité que la marche aléatoire finissant en deuxième fasse un pas en direction de la CSPL Droite
p_{i2}'	probabilité que la marche aléatoire finissant en deuxième fasse un pas en direction de la CSPL Gauche pour $t \geq T_1$
q_{i2}'	probabilité que la marche aléatoire finissant en deuxième fasse un pas en direction de la CSPL Droite pour $t \geq T_1$
$P\{G B_j\}$	probabilité que le sujet appuie sur la touche située sur la gauche du clavier sachant l'événement B_j ($5 \leq j \leq 8$)
$P\{D B_j\}$	probabilité que le sujet appuie sur la touche située sur la droite du clavier sachant l'événement B_j ($5 \leq j \leq 8$)
$P(G)$	probabilité que le sujet appuie sur la touche située sur la gauche du clavier en réponse à un item IAT
$P(D)$	probabilité que le sujet appuie sur la touche située sur la droite du clavier en réponse à un item IAT
δ	durée de la phase de compétition au niveau de la réponse

